

DER PHYSIK UND CHEMIE.

NEUE FOLGE. BAND XII.

I. Ueber die Absorption der Kohlensäure durch Holzkohle und deren Abhängigkeit von Druck und Temperatur; von P. Chappuis.

Die bisherigen experimentellen Untersuchungen über die Absorption der Gase durch feste Körper befassen sich fast ausschliesslich mit der relativen Bestimmung der Mengen verschiedener Gase, welche bei gewöhnlicher Temperatur und mittlerem Barometerdruck auf der Oberfläche des Körpers verdichtet werden. So haben de Saussure, Hunter u. a.¹⁾ für einige poröse Körper die Absorptionscoefficienten der verschiedenen Gase bestimmt.

Aus seinen Versuchen zieht de Saussure folgende Schlüsse:

- 1) Das Vermögen der Gasverdichtung ist allen Körpern gemein, die einen gewissen Grad von Porosität besitzen.
- 2) Die Absorption variirt mit dem Durchmesser und der Gestalt der Poren, ferner mit dem specifischen Gewicht und der chemischen Beschaffenheit des porösen Körpers.
- 3) Die Absorption nimmt mit dem Druck nicht proportional zu, sondern wächst langsamer.
- 4) Die Absorption nimmt mit wachsender Temperatur ab.
- 5) Bei der Absorption der Gase durch die Kohle wird Wärme frei.

Es sei mir erlaubt, den Versuch von de Saussure, auf dem der erste Theil des Satzes Nr. 2 beruht, hier näher zu

1) Vergl. de Saussure, *Gilb. Ann.* **47.** p. 113. 1814. Smith, *Lieb. Ann. Suppl.* **2.** p. 262. 1862—63. Calvert, *Journ. of the chem. soc.*, **5.** p. 297—98. 1867. Hunter, *Phil. Mag.* **25.** 1863; *Journ. of the chem. soc.*, **3.** p. 285—90. 1865; **5.** p. 160—64. 1867; **6.** p. 186—92. 1868. **8.** p. 73—74. 1870; **9.** p. 76—79. 1871; **10.** p. 649—51. 1872.

Ann. d. Phys. u. Chem. N. F. **XII.**

erörtern. Die Beschreibung desselben in Gilb. Ann. Bd. 47, p. 140 lautet folgendermassen:

„Um den Einfluss kennen zu lernen, welchen die Porosität oder der Aggregatzustand des festen Körpers auf sein Absorptionsvermögen hat, verglich ich miteinander die Gasmengen, welche dasselbe Stück Buchsbaumkohle ganz und in ein unfehlbares Pulver zerrieben, verschluckte.

Das Stück Buchsbaumkohle wog 2,94 gr., hatte ein Volumen von 4,92 ccm und absorbierte, mittelst der Luftpumpe luftleer gemacht, $35\frac{1}{2}$ ccm oder etwa $7\frac{1}{4}$ mal ihr Volumen an atmosphärischer Luft.

Sie wurde nun zu einem unfehlbaren Pulver zerrieben und in eine Glasröhre gebracht, die an beiden Enden mit Gaze verschlossen wurde; in diesem Zustande betrug bei gleichem Gewicht wie zuvor ihr Volumen 7,3 ccm, und sie absorbierte nach dem Auspumpen nur 20,8 ccm atmosphärische Luft oder das dreifache ihres Volumens im pulverisirten und das $4\frac{1}{3}$ fache des Volumens im festen Zustande. Durch die Zerstörung, Oeffnung und Erweiterung einer grossen Zahl der kleinen Zellchen der Kohle wurde also ihr Absorptionsvermögen bedeutend geschwächt, und die Verdichtung der Gase in den festen Körpern führt uns auf ein analoges Resultat, wie das Ansteigen der Flüssigkeiten in den Haarröhrchen: beide stehen nämlich im umgekehrten Verhältniss der inneren Durchmesser der Röhren.“

Dass dieses Resultat mit unserer gegenwärtigen Vorstellung von der Oberflächenverdichtung nicht im Einklang steht, ist leicht einzusehen. Nimmt die Absorption mit der Grösse der Oberfläche, welche vom festen Körper dem Gase dargeboten wird, nicht zu, so kann diese Erscheinung nicht wie bisher als eine einfache Oberflächenwirkung angesehen werden. Aus diesem Grunde hielt ich es für angezeigt, vor allem den Versuch von de Saussure zu wiederholen, um mich von seiner Richtigkeit zu überzeugen.

Zu diesem Zwecke bediente ich mich des Taf. II Fig. 1 dargestellten Apparates. Die Kugel *K* von etwa 25 ccm Inhalt ist mittelst des Glasschliffes *A* mit der verticalen engen Barometerröhre *b* verbunden, deren unteres Ende in

Quecksilber taucht. In die Röhre *b* mündet unterhalb von *A* eine zweite mit einer Kugel *R* von 29,14 ccm Inhalt versehene Röhre *c*, welche einerseits durch den Hahn *H* vom übrigen Apparat, andererseits durch den Hahn *S* von der mit *c* communicirenden Töpler'schen Quecksilberpumpe abgeschlossen werden kann.

Nachdem der Inhalt des Rohres und der Kugeln bestimmt worden war, nahm ich die Kugel *K* ab, füllte sie mit Stückchen ausgeglühter Kohle, verstopfte das Rohr mittelst Baumwolle und evacuirte den wieder zusammengesetzten Apparat. Gleichzeitig erwärmte ich die Kugel *K* mit einem Bunsen'schen Brenner, um das verdichtete Gas vollständig zu vertreiben. Als das Vacuum möglichst vollkommen war, und infolge dessen das Quecksilber in der Röhre *b* die Barometerhöhe erreichte, liess ich es durch Heben des Quecksilberspiegels in *Q* in die beiden Röhren *c* und *b* bis oberhalb des Hahnes *H* steigen, schloss letzteren und liess trockene Luft in die Kugel *R* einströmen.

Der Barometerdruck, unter welchem diese Luft stand, wurde nun abgelesen und die Temperatur bestimmt, worauf der Hahn *S* zugemacht, und der Hahn *H* wieder geöffnet wurde. Die Luft, welche dann aus der Kugel *R* ausströmte, verdrängte das Quecksilber und kam mit den Kohlenstückchen in *K* in Berührung.

Hatte das Quecksilber in der Barometerröhre eine unveränderliche Höhe erreicht, was erst nach 30 Minuten der Fall war, so beobachtete ich die Temperatur und den Druck und bezeichnete durch eine Marke *z* auf der Barometeröhre *b* den Stand des Quecksilbers in derselben.

Hierauf wurde die Kohle aus der Kugel *K* herausgenommen und in einem Achatmörser zu einem sehr feinen Pulver zerrieben. Es wurden mit dem Kohlenpulver dieselben Messungen vorgenommen, wie mit den Kohlenstückchen. Als dann das Quecksilber in der Barometerröhre *b* einen unveränderlichen Stand hatte, brachte ich durch Heben des Quecksilberspiegels in *Q* das Quecksilber in der Röhre *b* bis auf die Höhe der Marke *z* und beobachtete Druck und Temperatur des Gases.

Aus den bekannten Dimensionen des Apparates und den beobachteten Grössen liess sich darauf die absorbirte Luftmenge berechnen. Es ergab sich demnach:

| Kohle in Stücken | | Pulverisirte Kohle |
|----------------------|----------|--------------------|
| Absorbirte Luftmenge | 6,71 cem | 6,79 cem |
| Enddruck | 250,2 mm | 250,4 mm |
| Temperatur | 20,2° | 20,9° |

Man sieht hieraus, dass trotz der höheren Temperatur die pulverisirte Kohle eine grössere Menge Luft condensirte, als die Kohle in Stücken. Ich komme somit zu einem Resultat, das mit unserer Vorstellung von den Absorptionserscheinungen der Gase durch feste Körper im Einklange steht. Ich glaube, dass die Abweichung, welche de Saussure's sonst so genaue Resultate hier aufweisen, in der Unvollkommenheit der damaligen Luftpumpen ihren Grund hat.

Die Abhängigkeit der Absorption von Druck und Temperatur, welche zwar von de Saussure angedeutet, aber nicht weiter verfolgt wurde, ist bis jetzt noch nicht der Gegenstand einer gründlichen Untersuchung geworden. Da die Erforschung dieses Gebiets der kinetischen Theorie der Gase, welche in neuerer Zeit so viele neue Gesichtspunkte eröffnet hat, einen weiteren Anhaltspunkt liefern könnte, habe ich die folgende Untersuchung unternommen. Dieselbe enthält Beobachtungen über die Abhängigkeit der Absorption: 1) vom Druck zwischen 0 und 760 mm; 2) von der Temperatur zwischen 0 und 83°.

Als absorbirende Substanz habe ich die Kohle gewählt, da dieselbe die Gase stark absorbirt und zu den meisten früheren Versuchen gedient hat.

Da übrigens die Kohle nur mit Kohlensäure in Berührung kam, so konnte der Process von keinerlei chemischen Umsetzungen begleitet werden, was eine Oberflächenveränderung ausschloss. Die Kohlensäure schien mir ausserdem zu diesen Versuchen besonders geeignet, weil sie eins der am genauesten bekannten Gase ist und von Kohle in grosser Menge verdichtet wird.

Zur Untersuchung der Abhängigkeit der Absorption von Druck und Temperatur diente der Taf. II Fig. 2 darge-

stellte Apparat, welcher aus folgenden fünf Haupttheilen bestand:

1) zwei cylindrischen Glasgefässen *G* und *K*, 2) einem Manometer *M*, 3) einer Reservoirflasche *F*, 4) einem Erwärmungsapparate *E*, 5) einem Barometer.

1) Das eine *K* der cylindrischen Glasgefässe *G* und *K*, deren Inhalt durch Wasserwägung bei 4° genau bestimmt worden war, und bei 0° 173,460 ccm und 136,638 ccm betrug, enthielt die zur Absorption bestimmte Kohle, deren Volumen nach folgendem Verfahren ermittelt wurde.

Eine Anzahl Kohlenstäbchen von Pfaffenhutholz, welche im Handel als „Fusains“ bekannt sind, wurden in eine dickwandige, an einem Ende dünn ausgezogene Verbrennungsröhre gebracht und erhitzt. Als die Temperatur über 100° gestiegen war, verlor die Kohle eine grosse Menge Wasser, welches bei gewöhnlicher Temperatur darin verdichtet war. Die Verbrennungsröhre wurde dann allmählich bis zur Rothgluth erhitzt, sorgfältig evacuirt und zugeschmolzen. Nach dem Erkalten wurde die ausgezogene Spitze unter ausgekochtem Wasser abgebrochen. Dieses drang in die Röhre und füllte die Poren der Kohle. Um die kleinsten Poren der Kohle, in welche Flüssigkeiten vielleicht nicht, wohl aber Gase eindringen können, ebenfalls mit Wasser zu füllen, erhitze ich in gesättigtem Wasserdampf¹⁾ mehrere Tage lang die Kohle, welche unterdessen in das mit destillirtem Wasser gefüllte Gefäss *K* gebracht worden war. Als die von Zeit zu Zeit wiederholten Wägungen des Gefässes *K* keine Gewichtszunahme mehr anzeigten, nahm ich an, dass die Kohle vollständig durchtränkt sei. Das zuletzt beobachtete Gewicht des mit destillirtem Wasser und Kohle gefüllten Gefässes *K* war 211,869 g im luftleeren Raume.

Nach sorgfältiger Entfernung des Wassers durch Auspumpen und gleichzeitiges Erwärmen auf 200° betrug das Gewicht des evacuirtten Gefässes *K* nunmehr 90,350 g im luftleeren Raum, woraus sich für den neben der Kohle be-

1) Der Kürze wegen übergehe ich die nähere Beschreibung des dazu angewandten Apparates.

stehenden freien Raum 121,519 ccm ergibt. Aus der Vergleichung dieser Grösse mit dem Inhalt des Gefässes *K* vor der Füllung mit Kohle ergibt sich ferner der von letzterer mit Ausschluss der Poren eingenommene Raum zu 15,119 ccm.

An die Gefässe *G* und *K* waren die zweimal rechtwinklig gebogenen Capillarröhren *ee* und *dd*, die in ihrer Mitte die zwei T-Hähne *H* und *T* trugen, angeschmolzen. Der eine Zweig der Hähne *H* und *T* setzt die Gefässe *G* und *K* mit den Manometerröhren *U* und *V* in Verbindung, der andere führt zur Flasche *F* oder durch das Seitenrohr *p* zur Quecksilberluftpumpe. Zwei Hähne *c* und *c'*, welche die beiden Gefässe *G* und *K* vom übrigen Apparat besonders abschliessen, sichern vor Gasverlusten bei etwaigem unvollkommenen Schluss der T-Hähne *H* und *T*.

2) Das Manometer *M* besteht aus zwei verticalen Röhren *U* und *V*, welche unten durch den Dreiweghahn *W* unter sich und durch einen langen Gummischlauch mit der Röhre *L* communiciren. Letztere ist auf einem vertical verschiebbaren Schlitten befestigt. Zwei kleine Hähne, *B* und *C* auf den beiden Röhren *U* und *V* oberhalb des T-Hahnes *W* dienen zum Ablassen des Quecksilbers. Um die Temperatur der Manometerröhren *U* und *V* constant zu erhalten, sind sie von einem mit Spiegelplatten versehenen Blechgefässe mit Wasser umgeben.

Der untere Theil des Schlittens, welcher in jeder Höhe festgeschraubt werden kann, trägt die Röhre *R*, während der obere Theil, der an dem unteren nur durch eine Mikrometerschraube *I* befestigt ist, ein Gefäss *Q* voll Quecksilber mit sich führt. Ein Gummischlauch verbindet dieses Quecksilbergefäss mit der Röhre *L*.

Nach Feststellung des unteren Theiles des Schlittens kann also das Gefäss *Q* und somit das Quecksilberniveau in *L* mit Hülfe der Mikrometerschraube *I* auf jede beliebige Höhe eingestellt werden, und zwar, was für die Genauigkeit der Ablesungen von Bedeutung ist, immer so, dass das Quecksilber in der Röhre *L* und in den damit communicirenden Röhren *U* und *V* gleichzeitig steigt.

3) Die Flasche *F* diene als Reservoir für das kohlen-saure Gas. Der eingeschlifene Glasstöpsel derselben trug zwei durch Hähne verschliessbare Röhren, von denen die eine, das Zuleitungsrohr, beinahe bis zum Boden der Flasche reichte und sich ausserhalb derselben heberartig nach unten bog, die andere aber, das Ableitungsrohr, mit den beiden Capillarröhren *ee* und *dd*, und somit mit den Manometer-röhren *U* und *V* in Verbindung stand.

4) Der Erwärmungsapparat *E* bestand aus einem 40 cm hohen cylindrischen Blechgefäss *A* voll Wasser, in dessen Mitte sich ein kleineres, zur Aufnahme der Gefässe *G* und *K* bestimmtes Gefäss *O* befand. Zwei weite Ableitungsrohren *x* und *y*, die oben und unten am Gefäss *A* angebracht waren, führten in ein 60 cm hohes Blechgefäss *D*, in welchem die Erwärmung stattfand. Sobald die Temperatur der Wassersäule in *D* höher wird als in *A*, findet eine Strömung statt, wobei die oberen Wasserschichten von *D* nach *A* fliessen, die unteren aber von *A* nach *D*.¹⁾ Bei den Versuchen bei 0° liess man das Gefäss *D* einfach weg und füllte den Zwischenraum zwischen den beiden Gefässen *A* und *O* mit gestossenem Eis, während das innere Gefäss *O* mit destillirtem Wasser gefüllt blieb.

5) Das bei diesen Versuchen benutzte Barometer war ein nach den Angaben von Wild²⁾ construirtes Heberbarometer mit vertical beweglicher Cuvette. Der Stand desselben, sowie die Drucke am Manometer wurden mit Hülfe eines Kathetometers von Starke und Kammerer gemessen.

Es ist kaum nöthig zu sagen, dass alle Verbindungen des Apparates nur durch Glasschliffe hergestellt waren, da Kautschuk zu diesem Zweck bei genauen Versuchen unbrauchbar ist. Anstatt Fett wandte ich mit Vortheil zur Dichtung der Glasschliffe ein Gemenge von Wachs und Vaseline an, das ganz unveränderlich ist.

1) Eine ähnliche Vorrichtung zur Erhaltung constanter Temperaturen ist von Henrichsen, Wied. Ann. 8. p. 83. 1879 und von Roth, Wied. Ann. 11. p. 1. 1880 angewendet worden.

2) Wild, Repertorium für Meteorologie der K. Acad. der Wissensch. 3. p. 60. 1874.

Darstellung der Kohlensäure. — Die Kohlensäure, die man nach den verschiedenen angegebenen Methoden darstellt, enthält fast immer eine kleine Menge Luft, welche in den meisten zu ihrer Bereitung dienenden porösen Körpern, Marmor, Kreide, doppeltkohlensaurem Natron etc. eingeschlossen ist und erst nach lang fortgesetzter Entwicklung durch Kohlensäure ersetzt wird. Da nun eine geringe Beimischung von Luft auf die Absorption der Kohlensäure einen grossen Einfluss haben konnte, suchte ich diesen Uebelstand durch folgendes Verfahren zu beseitigen:

Reines doppeltkohlensaures Natron wurde mit destillirtem Wasser zu einer schlammartigen Masse digerirt und in einer Flasche lange zum Kochen erwärmt, wobei die verdichteten Gase mit dem Wasserdampf entweichen. Der Stöpsel der Flasche liess zwei durch Hähne verschliessbare Glasröhren durch, von denen die eine einen Trichter trug, die andere sich horizontal umbog. Nachdem die Dampfentwicklung in der Flasche, zuletzt bei Anwendung der Wasserpumpe, sehr beschleunigt worden war, wurde die Flasche verschlossen. Durch die verticale Röhre mit dem Trichter liess man dann tropfenweise englische Schwefelsäure zufließen und erhielt auf diese Weise eine sehr gleichmässige Entwicklung reiner Kohlensäure, die getrocknet und in die leer gepumpte Flasche *F* geleitet wurde. Nach längerem Durchleiten durch dieselbe ergab die Untersuchung der ausströmenden Kohlensäure einen fast verschwindenden Theil an Luft, der unberücksichtigt blieb.

Durch das heberförmig gebogene Zuleitungsrohr der Flasche *F* brachte ich dann so viel Quecksilber in dieselbe, bis letzteres das untere Ende des fast bis zum Boden reichenden Rohres bedeckte und somit als Sperrflüssigkeit dienen konnte. Nach diesem Vorgange blieb das Zuleitungsrohr selbst mit Quecksilber gefüllt.

I. Abhängigkeit der Absorption vom Drucke.

Die Zunahme der Absorption mit dem Drucke wurde mit Hilfe des soeben beschriebenen Apparates in folgender Weise bestimmt:

Nachdem die beiden Gefässe *G* und *K* mit Hülfe der Töpler'schen Quecksilberpumpe unter gleichzeitiger Erwärmung auf 100° möglichst vollständig evacuirt worden waren, wurden sie mit zerstoßenem Eise umgeben und so während der ganzen Versuchsreihe auf 0° erhalten. Aus der Flasche *F* liess man zunächst in die Manometerröhren *U* und *V* bestimmte Gasmengen einströmen, welche aus dem sehr genau bekannten Inhalt der Röhren *U* und *V* oberhalb der Marken *m* und *n*, dem Drucke des Gases und der Temperatur des umgebenden Wassers bestimmt werden konnten. Hierauf wurden die Manometerröhren *U* und *V* durch Drehung der Hähne *H* und *T* mit den Gefässen *G* und *K* in Verbindung gesetzt und die gemessenen Gasmengen in letztere hineingepresst. Nachdem ich durch Heben oder Senken des mit den Röhren *U* und *V* communicirenden Gefässes *Q* die Quecksilberkuppen in denselben mit zwei dicht an der Capillarröhre angeschmolzenen schwarzen Glasspitzen *s* und *s'* in Berührung gebracht hatte, las ich die resultirenden Drucke des Gases in den Gefässen *G* und *K* ab. Die kleinen Gasvolumina oberhalb der Spitzen *s* und *s'* wurden nun durch Quecksilber verdrängt und nach Abschluss der Gefässe *G* und *K* die Röhren *U* und *V* von neuem mit Kohlensäure gefüllt, wobei jedes aus der Flasche *F* durch das Ableitungsrohr austretende Gasvolumen, durch ein entsprechendes Volumen Quecksilber ersetzt wurde.

Nach der Messung und Herstellung der Verbindung zwischen den Manometerröhren *U* und *V* und den Gefässen *G* und *K*, wurde wiederum der resultirende Druck gemessen und in dieser Weise weiter operirt.

Infolge der successiven Einleitung der Gasmengen in die Gefässe *G* und *K* stieg im Gefäss *G* der Druck nach dem der Kohlensäure eigenen Compressionscoefficienten, während die im Gefässe *K* beobachteten Drucke die Zunahme des Druckes mit der Absorption darstellten.

Bezeichnet nun:

u der Inhalt der Manometerröhre *U*,

v „ „ „ „ „ „ *V*,

α den Ausdehnungscoefficienten der Kohlensäure bei constantem Druck,

t und t_1 die Temperaturen der Gasmengen in U und V , und endlich

b und b_1 die beobachteten Drucke derselben, so sind unter Annahme des Mariotte'schen Gesetzes:

$$\frac{v \cdot b}{(1 + \alpha t) \cdot 760} \text{ und } \frac{v \cdot b_1}{(1 + \alpha t_1) \cdot 760}$$

die auf 0° und 760 mm reducirten Gasvolumina, welche in den Röhren U und V enthalten sind. Das in den Capillarröhren ee und dd vor der neuen Füllung der Manometerröhren V und U zurückgebliebene Gas macht eine Correction dieser Ausdrücke nöthig. Dieselbe lautet, wenn d und d_1 die Inhalte der Capillarröhren von den Röhren U und V an bis zu den Hähnen H und T , β , β_1 die Drucke des zurückgebliebenen Gases und endlich τ die mittlere Zimmertemperatur bezeichnet:

$$+ \frac{d \cdot (b - \beta)}{(1 + \alpha \tau) \cdot 760} \text{ und } + \frac{d_1 \cdot (b_1 - \beta_1)}{(1 + \alpha \tau) \cdot 760}.$$

Bezeichnet man ferner mit g und k die Inhalte der beiden Gefäße G und K , mit s und s' die sehr kleinen, oberhalb der an U und V angebrachten Glasspitzen und in den Capillarröhren ee und dd befindlichen Gasvolumina, die bei der Messung des resultirenden Druckes vom Quecksilber nicht verdrängt werden, und deren Temperatur t ist, endlich mit β und β_1 die resultirenden Drucke, so erhält man:

$$\frac{g \cdot \beta}{760} + \frac{s \cdot \beta}{(1 + \alpha t) \cdot 760} \text{ und } \frac{k \cdot \beta_1}{760} + \frac{s' \cdot \beta_1}{(1 + \alpha t) \cdot 760}$$

zur Bestimmung der in den Gefäßen G und K vorhandenen Gasmengen.

Die folgende Tabelle enthält in der ersten Columnne die Summe der nacheinander in der Manometerröhre U gemessenen, auf 500 mm Druck und 0° reducirten Gasvolumina v , welche in das Gefäß G zusammengedrückt wurden; in der nebenstehenden unter p die beobachteten resultirenden Drucke, endlich in der dritten die Verhältnisse $p_1 v_2 / p_2 v_1$ für die durch Zahlen angedeuteten Beobachtungen, welche im allgemeinen so gewählt sind, dass $v_1 / v_2 = 1/2$.

Tabelle I.

| Nr. | v | p | $\frac{p_1 v_2}{p_2 v_1}$ | Nr. | v | p | $\frac{p_1 v_2}{p_2 v_1}$ |
|-----|--------|--------|---------------------------|-----|---------|--------|---------------------------|
| 1 | 16,913 | 49,21 | — | 5 | 147,370 | 424,15 | (4) : (6) 1,0038 |
| 2 | 32,518 | 94,34 | (1) : (2) 1,0029 | 6 | 199,12 | 572,30 | (5) : (7) 1,0038 |
| 3 | 48,216 | 139,48 | (2) : (3) 1,0029 | 7 | 255,34 | 732,15 | — |
| 4 | 96,239 | 277,70 | (3) : (4) 1,0026 | | | | |

Obgleich die sich aus obiger Tabelle ergebenden Abweichungen vom Mariotte'schen Gesetz bei so niedrigen Drucken schon ziemlich bedeutend sind, so wurden sie der Einfachheit wegen bei der Berechnung der späteren Beobachtungen nicht berücksichtigt.

Die von der Kohle absorbirten Gasmengen erhielt ich, indem ich die nach obiger Formel: $(k \cdot \beta_1)/760 + (s' \cdot \beta_1)/[(1 + \alpha t) 760]$ berechneten neben der Kohle im Gefäß K frei bestehenden Gasmengen von der Summe der eingeleiteten Gasportionen subtrahirte. Unter der nicht ganz strengen Annahme, dass der von dem freien Gas in K eingenommene Raum sich bei zunehmender Absorption nicht merklich verändere und der durch Wasserwägung gefundenen Capacität 121,519 ccm gleich sei, berechnete ich die in den zwei letzten Columnen der Tabelle II zusammengestellten absorbirten Gasmengen A , die den nebenstehenden Drucken P entsprechen.

Tabelle II.

| Nr. | W | b | v | K | A | P |
|-----|--------|--------|---------|-------|---------|-------|
| 1 | 33,767 | 240,36 | 10,679 | 0,182 | 10,497 | 1,13 |
| 2 | 33,755 | 289,57 | 23,540 | 0,359 | 23,181 | 2,23 |
| 3 | 33,825 | 246,26 | 34,500 | 0,491 | 34,009 | 3,05 |
| 4 | 33,808 | 426,65 | 53,478 | 0,755 | 52,723 | 4,70 |
| 5 | 33,633 | 202,70 | 62,448 | 0,932 | 61,516 | 5,80 |
| 6 | 33,515 | 238,00 | 72,994 | 1,078 | 71,866 | 6,70 |
| 7 | 33,937 | 226,83 | 83,073 | 1,255 | 81,818 | 7,80 |
| 8 | 33,535 | 216,47 | 92,625 | 1,456 | 91,169 | 9,05 |
| 9 | 32,983 | 219,52 | 102,152 | 1,586 | 100,566 | 9,86 |
| 10 | 32,925 | 224,56 | 111,881 | 1,770 | 110,111 | 11,00 |
| 11 | 33,108 | 230,66 | 121,929 | 1,995 | 119,934 | 12,40 |
| 12 | 33,142 | 223,33 | 131,668 | 2,175 | 129,493 | 13,52 |
| 13 | 33,224 | 235,52 | 141,964 | 2,405 | 139,559 | 14,95 |
| 14 | 33,006 | 228,50 | 151,904 | 2,615 | 149,289 | 16,25 |
| 15 | 33,132 | 225,50 | 161,735 | 2,837 | 158,898 | 17,62 |
| 16 | 33,225 | 222,65 | 171,468 | 3,028 | 168,440 | 18,82 |

| Nr. | <i>W</i> | <i>b</i> | <i>v</i> | <i>K</i> | <i>A</i> | <i>P</i> |
|-----|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 17 | 33,238 | 227,03 | 181,397 | 3,238 | 178,159 | 20,12 |
| 18 | 33,385 | 232,79 | 191,623 | 3,492 | 188,131 | 21,70 |
| 19 | 33,584 | 230,08 | 201,790 | 3,720 | 198,070 | 23,12 |
| 20 | 33,539 | 240,51 | 212,404 | 4,013 | 208,391 | 24,94 |
| 21 | 33,410 | 231,16 | 222,547 | 4,250 | 218,297 | 26,41 |
| 22 | 33,508 | 234,11 | 232,869 | 4,541 | 228,328 | 28,22 |
| 23 | 33,528 | 230,30 | 243,029 | 4,824 | 238,205 | 29,98 |
| 24 | 33,500 | 231,36 | 253,227 | 5,109 | 248,118 | 31,75 |
| 25 | 33,364 | 239,41 | 263,737 | 5,458 | 258,279 | 33,92 |
| 26 | 33,575 | 239,30 | 273,911 | 5,709 | 268,202 | 35,48 |
| 27 | 33,572 | 240,46 | 284,531 | 6,042 | 278,489 | 37,55 |
| 28 | 33,438 | 261,25 | 296,025 | 6,396 | 289,629 | 39,75 |
| 29 | 33,304 | 255,08 | 307,203 | 6,749 | 300,454 | 41,94 |
| 30 | 33,053 | 253,19 | 318,214 | 7,123 | 311,091 | 44,27 |
| 31 | 33,093 | 313,96 | 331,929 | 7,551 | 324,378 | 46,93 |
| 32 | 33,413 | 397,98 | 349,400 | 8,171 | 341,229 | 50,78 |
| 33 | 33,423 | 390,84 | 366,588 | 8,791 | 357,797 | 54,63 |
| 34 | 33,412 | 467,74 | 387,153 | 9,629 | 377,524 | 59,84 |
| 35 | 33,379 | 505,03 | 409,335 | 10,567 | 398,768 | 65,67 |
| | | | 403,475 | | 393,156 | 64,13 |
| 36 | 33,347 | 500,89 | 425,453 | 11,280 | 414,173 | 70,10 |
| 37 | 33,334 | 574,45 | 450,649 | 12,409 | 438,240 | 77,12 |
| 38 | 33,232 | 633,34 | 478,343 | 13,754 | 464,589 | 85,48 |
| 39 | 33,028 | 660,00 | 507,025 | 15,185 | 491,840 | 94,37 |
| 40 | 33,318 | 663,70 | 536,121 | 16,742 | 519,379 | 104,05 |
| 41 | 33,407 | 682,55 | 566,122 | 18,524 | 547,598 | 115,12 |
| 42 | 33,390 | 682,33 | 596,101 | 20,327 | 575,774 | 126,33 |
| 43 | 33,496 | 654,55 | 624,949 | 22,197 | 602,752 | 137,95 |
| 44 | 33,587 | 684,42 | 655,196 | 24,355 | 630,841 | 151,36 |
| 45 | 33,482 | 695,87 | 685,852 | 26,683 | 659,169 | 165,83 |
| 46 | 33,713 | 667,65 | 715,469 | 29,047 | 686,422 | 180,52 |
| 47 | 33,508 | 689,59 | 745,872 | 31,657 | 714,215 | 196,74 |
| 48 | 33,782 | 739,36 | 778,737 | 34,708 | 744,029 | 215,68 |
| 49 | 33,813 | 760,89 | 812,591 | 38,087 | 774,504 | 236,70 |
| 50 | 33,759 | 746,76 | 845,762 | 41,524 | 804,238 | 258,06 |
| 51 | 33,825 | 748,09 | 879,057 | 45,333 | 833,724 | 281,73 |
| 52 | 33,902 | 761,15 | 913,010 | 49,616 | 863,394 | 308,35 |
| 53 | 33,829 | 756,09 | 946,666 | 53,904 | 892,762 | 335,00 |
| 54 | 33,682 | 764,37 | 980,308 | 58,681 | 921,627 | 364,68 |
| 55 | 33,772 | 768,42 | 1014,463 | 63,849 | 950,614 | 396,80 |
| 56 | 33,706 | 743,95 | 1047,458 | 69,270 | 978,188 | 430,50 |
| 57 | 33,642 | 754,59 | 1080,861 | 74,803 | 1006,058 | 464,88 |
| 58 | 33,544 | 744,12 | 1113,704 | 81,034 | 1032,670 | 503,60 |
| 59 | 33,660 | 746,40 | 1146,762 | 87,382 | 1059,380 | 543,05 |
| 60 | 33,635 | 795,85 | 1181,984 | 95,264 | 1086,720 | 592,04 |
| 61 | 33,508 | 812,79 | 1217,819 | 104,010 | 1113,809 | 646,40 |
| 62 | 33,600 | 810,80 | 1253,665 | 113,440 | 1140,225 | 703,37 |
| 63 | 33,638 | 786,67 | 1288,484 | 122,830 | 1165,654 | 763,38 |

Die beiden ersten Columnen enthalten die bei jedem Versuch hinzukommende auf 0° reducirte Gasmenge *W* und deren Druck *b*. Die unter *v* enthaltenen Grössen sind die Summen der

auf 0° und 760 mm reducirten eingeleiteten Gasmengen, und die Grössen K die in dem neben der Kohle bestehenden freien Raume enthaltenen Gasmengen. Es besteht selbstverständlich für jede einzelne Beobachtung die Gleichung $v = A + K$.

Infolge eines Versehens fand nach der Beobachtung 35 ein kleiner Verlust an Gas statt, sodass die Versuchsreihe abgebrochen werden musste. Doch liess sich aus dem zwischen den Drucken P 59,84 und 65,62 mm der 34. und 35. Beobachtung liegenden resultirenden Druck 64,13 mm die im Gefäss K noch enthaltene Gasmenge durch Interpolation mit hinreichender Genauigkeit bestimmen. Von diesem berechneten Werthe ausgehend, wurden dann die übrigen Beobachtungen berechnet.

Trägt man auf ein rechtwinkliges Coordinatensystem die gefundenen absorbirten Gasmengen als Abscissen und die ihnen entsprechenden Drucke als Ordinaten ab, so erhält man als Verbindungslinie aller Endpunkte der Ordinaten eine continuirliche, anfangs langsam, dann immer rascher aufsteigende Curve, welche die Abhängigkeit der Absorption vom Druck darstellt. Siehe Curve I Taf. II Fig. 3.

Aus der Tabelle ergibt sich in der That, dass bei 0 mm Druck eine Zunahme der absorbirten Gasmenge um 1 ccm einer Druckzunahme von 0,11 mm entspricht, während beim Druck 734 mm dieselbe Zunahme der absorbirten Gasmenge eine Druckzunahme von 2,36 mm erfordert.

II. Abhängigkeit der Absorption von der Temperatur bei constantem Druck.

Als Ausgangspunkt für die Untersuchung der Abhängigkeit der Absorption von der Temperatur diente die zuletzt bei 0° beobachtete absorbirte Gasmenge, nämlich 1165,65 ccm bei 763,38 mm Druck.

Bei diesen Versuchen wurde nur mit dem die Kohle enthaltenden Gefässe K operirt, welches mit Hülfe des beschriebenen Erwärmungsapparates E auf eine etwas höhere Temperatur gebracht wurde. Infolge der Temperaturerhöhung entliess die Kohle eine bestimmte Gasmenge, die zuerst in der früher angegebenen Weise in der Röhre V gemessen

P
20,12
21,70
23,12
24,94
26,41
28,22
29,98
31,75
33,92
35,48
37,55
39,75
41,94
44,27
46,93
50,78
54,63
59,84
65,62
.....
64,13
70,10
77,12
85,48
94,37
104,05
115,12
126,33
137,95
151,36
165,83
180,52
196,74
215,68
236,70
258,06
281,73
308,35
335,00
364,68
396,80
430,50
464,88
503,60
543,05
592,04
646,40
703,37
763,38
Versuch
n Druck
en der

und dann entfernt wurde. Hatte der Druck im Gefäß *K* ungefähr den ursprünglichen Werth erreicht, so wurde er gleichzeitig mit der Temperatur abgelesen.

Da indessen sehr geringe Temperaturschwankungen grosse Aenderungen in den absorbirten Mengen verursachten, so konnte der ursprüngliche Druck nur selten erreicht werden. Es wurde daher die Absorption für höhere und niedrigere Drucke beobachtet und die entsprechenden Temperaturen notirt. Aus diesen Daten konnte diejenige Temperatur leicht berechnet werden, welche dem ursprünglichen Drucke entspricht.

Auf diese Weise bestimmte ich von 10 zu 10° die bei einer Erwärmung von 0—83° freiwerdenden Gasmengen, welche in der Tabelle III zusammengestellt sind. Es bezeichnet in derselben *P* die den Temperaturen *T* entsprechenden Drucke, welche um 750 mm schwanken, *v* die im Gefäß *K* enthaltenen Gasmengen, *A* die absorbirten Gasmengen, *K* die im Gefäß *K* enthaltene nicht absorbirte Gasmenge.

Tabelle III.

| Nr. | <i>P</i> | <i>T</i> | <i>v</i> | <i>K</i> | <i>A</i> | Nr. | <i>P</i> | <i>T</i> | <i>v</i> | <i>K</i> |
|-----|----------|----------|----------|----------|----------|-----|----------|----------|----------|----------|
| 1 | 703,37 | 0° | 1253,66 | 113,44 | 1140,22 | 22 | 762,59 | 45,62 | 676,86 | 104,95 |
| 2 | 763,38 | 0° | 1288,48 | 122,83 | 1165,65 | 23 | 769,98 | 45,92 | 676,64 | 105,87 |
| 3 | 808,32 | 15,30 | 1053,84 | 123,08 | 930,76 | 24 | 742,29 | 44,42 | 676,91 | 102,55 |
| 4 | 806,00 | 15,20 | 1053,94 | 122,77 | 931,17 | 25 | 738,80 | 44,27 | " | 102,11 |
| 5 | 742,92 | 15,00 | 1053,41 | 114,03 | 939,38 | 26 | 749,12 | 54,95 | 577,17 | 100,13 |
| 6 | 741,95 | 14,96 | 1053,25 | 113,11 | 940,14 | 27 | 750,68 | 55,05 | " | 100,31 |
| 7 | 743,62 | 15,02 | 1053,26 | 113,34 | 939,92 | 28 | 741,23 | 54,60 | " | 99,19 |
| 8 | 738,82 | 14,80 | 1053,47 | 112,70 | 940,77 | 29 | 761,44 | 55,75 | " | 101,52 |
| 9 | 740,00 | 14,87 | 1053,44 | 112,84 | 940,60 | 30 | 762,54 | 55,80 | " | 101,67 |
| 10 | 750,53 | 25,37 | 910,00 | 110,37 | 799,63 | 31 | 770,59 | 63,82 | 508,87 | 100,26 |
| 11 | 750,08 | 25,35 | " | 110,31 | 799,69 | 32 | 744,37 | 62,30 | " | 97,29 |
| 12 | 747,65 | 25,25 | " | 109,99 | 800,01 | 33 | 742,26 | 62,20 | " | 97,05 |
| 13 | 728,89 | 25,12 | 900,40 | 107,28 | 792,52 | 34 | 741,02 | 62,10 | " | 96,91 |
| 14 | 726,35 | 25,07 | 900,45 | 106,92 | 793,53 | 35 | 739,30 | 62,10 | " | 96,68 |
| 15 | 742,29 | 25,07 | 910,00 | 109,27 | 800,73 | 36 | 740,90 | 62,40 | " | 96,81 |
| 16 | 741,89 | 25,05 | 910,00 | 109,22 | 800,78 | 37 | 743,23 | 62,80 | " | 97,00 |
| 17 | 775,77 | 37,70 | 772,04 | 109,50 | 662,54 | 38 | 776,07 | 73,15 | 442,39 | 98,22 |
| 18 | 750,82 | 35,35 | 785,11 | 106,80 | 678,31 | 39 | 775,57 | 73,10 | " | 98,17 |
| 19 | 748,87 | 35,2 | 785,17 | 106,57 | 678,60 | 40 | 726,55 | 69,80 | " | 92,87 |
| 20 | 743,77 | 36,0 | 773,42 | 105,59 | 667,83 | 41 | 754,03 | 71,80 | " | 95,98 |
| 21 | 743,67 | 36,0 | 773,43 | 105,56 | 667,87 | 42 | 770,76 | 82,80 | 377,18 | 95,05 |

Aus dieser Tabelle ergeben sich folgende, dem Druck von 742 mm entsprechende absorbirte Gasmengen:

| Nr. | Temp. | Absorption | Nr. | Temp. | Absorption |
|-----|-------|------------|-----|-------|------------|
| 1 | 0° | 1156,59 | 5 | 44,41 | 574,40 |
| 2 | 14,94 | 940,25 | 6 | 54,63 | 477,89 |
| 3 | 25,05 | 800,77 | 7 | 62,59 | 411,97 |
| 4 | 36,06 | 665,31 | 8 | 70,92 | 347,73 |

Man erhält analog für den Druck von 770 und 76 mm:

| Nr. | Temp. | Absorption | Nr. | Temp. | Absorption |
|-----|-------|------------|-----|-------|------------|
| 1 | 0° | 1168,77 | 5 | 56,26 | 474,55 |
| 2 | 15,10 | 936,11 | 6 | 62,83 | 408,59 |
| 3 | 37,23 | 665,69 | 7 | 72,92 | 344,91 |
| 4 | 45,95 | 571,60 | 8 | 82,80 | 282,13 |

Die auf der Tafel II Fig. 3 gezeichnete Curve II ist mit Hülfe der letzten Zahlenreihe construirt worden, indem die Temperaturen als Ordinaten und die absorbirten Gasvolumina als Abscissen aufgetragen wurden.

Zuletzt stellte ich noch zur Controle eine dritte Versuchsreihe an, indem ich das Gefäß *K* mit der bei 83° noch darin enthaltenen Gasmenge 377,18 ccm wieder auf 0° brachte und dabei von 10 zu 10° die resultirenden Drucke *P* beobachtete. Wie leicht einzusehen, blieben indessen die absorbirten Gas Mengen nicht constant, da sich die im Gefäß *K* enthaltene nicht absorbirte Gasmenge mit dem Druck änderte. Die Beobachtungen sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt.

Tabelle IV.

| | <i>P</i> | <i>T</i> | <i>v</i> | <i>K</i> | <i>A</i> | Nr. | <i>P</i> | <i>T</i> | <i>v</i> | <i>K</i> | <i>A</i> |
|----|----------|----------|----------|----------|----------|-----|----------|----------|----------|----------|----------|
| 1 | 770,76 | 82,80 | 377,18 | 95,05 | 282,13 | 11 | 324,94 | 47,05 | 377,18 | 44,56 | 332,62 |
| 2 | 769,10 | 82,75 | „ | 94,86 | 282,32 | 12 | 324,00 | 46,95 | „ | 44,45 | 332,73 |
| 3 | 669,30 | 76,05 | „ | 84,14 | 293,04 | 13 | 230,67 | 35,78 | „ | 32,74 | 344,44 |
| 4 | 654,75 | 74,95 | „ | 82,58 | 294,50 | 14 | 230,36 | 35,73 | „ | 32,71 | 344,47 |
| 5 | 527,28 | 65,50 | „ | 68,37 | 308,81 | 15 | 201,36 | 31,70 | „ | 29,01 | 348,17 |
| 6 | 526,24 | 65,40 | „ | 68,25 | 308,93 | 16 | 163,67 | 25,70 | „ | 24,06 | 353,12 |
| 7 | 455,93 | 59,35 | „ | 60,21 | 316,97 | 17 | 118,75 | 17,45 | „ | 17,95 | 359,23 |
| 8 | 452,60 | 59,20 | „ | 59,80 | 317,38 | 18 | 101,73 | 12,95 | „ | 15,62 | 361,56 |
| 9 | 424,70 | 56,60 | „ | 56,55 | 320,63 | 19 | 57,24 | 0° | „ | 9,21 | 367,97 |
| 10 | 360,28 | 50,65 | „ | 48,86 | 328,32 | | | | | | |

Berechnet man mit Hülfe der Tabelle II die absorbirte Gasmenge, welche dem zuletzt bei 0° beobachteten Druck

57,24 mm (Tabelle IV) entspricht, so findet man 367,68 ccm, einen Werth, der von dem, durch directe Messung gefundenen 367,97 ccm nur um 0,29 ccm abweicht. Diese Uebereinstimmung, welche bis auf 0,0003 der gemessenen Gas-mengen stattfindet, ist ein werthvoller Beweis, dass während der aufeinander folgenden Versuchsreihen kein Verlust an Gas, sei es durch chemische Umsetzung, noch durch ungenaues Verfahren stattgefunden hat.

Obgleich die absorbirte Gasmenge bei der letzten Versuchsreihe (Tabelle IV) nicht constant blieb, und sich also die Zunahme des Druckes, welche nöthig ist, um die absorbirte Gasmenge auf einem constanten Werth zu erhalten, nicht unmittelbar daraus ergibt, so lassen sich doch die entsprechenden Drucke unter der bestimmten Annahme berechnen, dass die Zunahme der Absorption mit dem Druck bei jeder Temperatur zwischen 0 und 83° derjenigen bei 0° proportional ist. Unter dieser Voraussetzung sind die folgenden Drucke berechnet, welche bei den angegebenen Temperaturen einer constanten Absorption von 281,84 ccm entsprechen.

| Nr. | Temp. | Druck | Absorbirte Gasmenge | Nr. | Temp. | Druck | Absorbirte Gasmenge |
|-----|-------|--------|---------------------|-----|-------|--------|---------------------|
| 1 | 0° | 38,21 | 281,84 | 11 | 56,60 | 377,43 | 281,84 |
| 2 | 12,95 | 75,37 | " | 12 | 59,20 | 405,31 | " |
| 3 | 17,45 | 86,83 | " | 13 | 59,35 | 409,19 | " |
| 4 | 25,70 | 125,03 | " | 14 | 65,40 | 486,66 | " |
| 5 | 31,70 | 157,59 | " | 15 | 65,50 | 487,87 | " |
| 6 | 35,73 | 186,48 | " | 16 | 74,95 | 627,85 | " |
| 7 | 35,78 | 186,87 | " | 17 | 76,05 | 645,77 | " |
| 8 | 46,95 | 275,05 | " | 18 | 82,75 | 768,65 | " |
| 9 | 47,05 | 276,10 | " | 19 | 82,80 | 770,76 | " |
| 10 | 50,65 | 310,94 | " | 20 | | | " |

Schluss.

Zur Erklärung der Erscheinungen der Absorption der Gase durch feste Körper nimmt man bekanntlich an, dass die Molecüle, welche die Oberfläche des festen Körpers bilden, auf die gegen sie stossenden Gas-molecüle eine anziehende Kraft (Molecularkraft) ausüben, die in sehr kleinen Abständen bedeutende Werthe erreicht, mit wachsender Entfernung aber

sehr rasch abnimmt, sodass sie schon in einer sehr geringen Entfernung von der Wand verschwindet. Infolge dieser Anziehung wird ein Theil der Gasmoleküle, welche gegen die Wand stossen, von derselben festgehalten, während der andere Theil wieder fortgeschleudert wird. Es entsteht hierdurch in der unmittelbaren Nähe der Wände des festen Körpers eine Anhäufung von Molekülen, deren Zahl eine Function der mittleren Geschwindigkeit und der mittleren Weglänge der Moleküle ist. Haben Temperatur und Druck, von denen letztere abhängig sind, einen constanten Werth erreicht, so tritt nach kurzer Zeit ein stationärer Zustand ein, in welchem ebenso viel Moleküle von der Wandschicht ausgesendet, als von derselben aufgenommen werden.

Die obigen Versuche stellen nun in ihrer Gesamtheit die Veränderungen dar, welche die Wandschicht erfährt, wenn Druck oder Temperatur verändert werden. Sie beziehen sich alle auf jenen Gleichgewichtszustand, in welchem die vom freien Gas an die Wandschicht abgegebene Energie gleich ist der Energie, die von der Wandschicht in das Gas übergeht.

Wegen unserer unvollständigen Kenntniss der mittleren Bewegungszustände der an den Wänden haftenden Moleküle und der Beschaffenheit und Grösse der Oberfläche der Kohle lassen sich die experimentell festgestellten Aenderungen der Absorption mit Druck und Temperatur auf theoretischem Wege noch nicht verfolgen. Folgende Betrachtung zeigt uns aber, wie gross die Oberfläche ist, die man der Kohle zuschreiben muss, wenn man die ihr eigenthümlichen Absorptionserscheinungen durch die Bildung einer Wandschicht erklären will. Der Einfachheit wegen ist hierbei vorausgesetzt, dass die Einheit der Kohlenoberfläche die gleiche Gasmenge verdichtet, wie die Einheit einer Glasoberfläche.

In einer früheren Arbeit¹⁾ habe ich die Gasmenge zu bestimmen gesucht, die von einer Glasoberfläche von 1,6752 qm bei der Abkühlung von 180 auf 0° verdichtet wird. Ich erhielt hierfür äusserst kleine Grössen, nämlich für:

1) Chappuis, Wied. Ann. 8. p. 1. 1879 und Nachtrag hierzu Wied. Ann. 8. p. 671. 1879.

Ann. d. Phys. u. Chem. N. F. XII.

| | | | |
|-------------------|----------|------------------|----------|
| Wasserstoff . . . | 0,45 ccm | Schweflige Säure | 1,03 ccm |
| Luft | 0,58 „ | Ammoniak . . . | 1,41 „ |

Beachtet man, dass die Summe der Querschnitte der in 1 ccm enthaltenen Molecüle bei:

| | | | |
|-------------------|----------|------------------|-----------|
| Wasserstoff . . . | 9100 qcm | Schweflige Säure | 36700 qcm |
| Luft | 17700 „ | Ammoniak . . . | 24600 „ |

beträgt, und berechnet man demnach die Summe der Molecularquerschnitte der auf 1,6752 qm Glasoberfläche verdichteten Gasmengen, so erhält man für:

| | | | |
|-------------------|----------|------------------|----------|
| Wasserstoff . . . | 0,409 qm | Schweflige Säure | 3,789 qm |
| Luft | 0,946 „ | Ammoniak . . . | 3,470 „ |

Man sieht hieraus, dass man bei den Gasen SO_2 und NH_3 eine Wandschicht von wenigstens zwei Lagen von Molecülen annehmen muss, um die ganze Glasoberfläche mit der verdichteten Gasmenge zu bedecken.

Aus den Versuchen von de Saussure ist uns ausserdem bekannt, dass:

| | |
|----------------------|------------------------|
| 1 ccm Buchsbaumkohle | 90 ccm Ammoniakgas, |
| „ | 65 „ schweflige Säure, |
| „ | 35 „ Kohlensäuregas |

verdichtet. Hier sind wieder die Summen der Molecularquerschnitte der verdichteten Gasmengen bei Ammoniak $90 \times 24600 = 2\,214\,000$ qcm und bei schwefliger Säure: $65 \times 36700 = 2\,385\,500$ qcm nahezu gleich. Bei der Kohlensäure aber beträgt sie nicht ganz die Hälfte der vorigen. Während wir also bei der schwefligen Säure und beim Ammoniak eine Wandschicht von wenigstens zwei Molecülen Dicke annehmen mussten, um die Glasoberfläche mit der verdichteten Gasmenge zu bedecken, genügt bei der Kohlensäure eine Schicht von der Dicke eines Molecüls. Vernachlässigt man den specifischen Einfluss der Substanz auf die Stärke der Wandschicht, so lässt sich aus der bei 763 mm Druck und 0° beobachteten Absorption die Oberfläche der Kohle berechnen, indem man sie der Summe der Molecularquerschnitte der absorbirten Gasmenge gleichsetzt. Man erhält demnach eine Oberfläche von über 3000 qm. Da ferner

die Kohle ein Volumen von ungefähr 15 ccm hatte, so ergibt sich die mittlere Wanddicke zu 0,000 001 cm.

Da die Absorption bei Erniedrigung der Temperatur sehr rasch zunimmt, so wird man bei tieferen Temperaturen eine doppelt oder dreifach stärkere Absorption beobachten, als bei 0°, wie dies bei der schwefligen Säure und beim Ammoniak schon bei gewöhnlicher Temperatur der Fall ist. Die Summe der Molecularquerschnitte der absorbirten Gasmenge muss dann die zwei- oder dreifache sein, sodass die Wandschicht wenigstens aus zwei oder drei Lagen von Moleculen bestehen wird. Die stärkste Wandschicht, welche zugleich das Maass für die Molecularwirkungssphäre gibt, erhält man aber erst beim Maximum der Spannkraft, wenn das Gas in gesättigten Dampf übergegangen ist, und die Wände vollständig benetzt sind.

Aus der nicht proportionalen Zunahme des Druckes mit der Absorption kann man schliessen, dass der Austausch von Moleculen, welcher zwischen der Wandschicht und dem freien Gase stattfindet, mit der verdichteten Gasmenge nicht proportional, sondern in einem stärkeren Verhältniss zunimmt. Wenn z. B. durch Einführung einer neuen Gasmenge in das Gefäss *K* die Anzahl der auf der Flächeneinheit verdichteten Moleculé verdoppelt wird, so werden von der Wandschicht in der Zeiteinheit nicht nur doppelt so viele Moleculé fortgeschleudert, sondern eine etwas grössere Anzahl. Dies kann aber nur eintreten, wenn die in die Wandschicht neu eingetretenen Gasmoleculé von den schon vorhandenen in ihren Bewegungen gestört werden; denn sonst müsste gerade die doppelte Anzahl Gasmoleculé von der Wand abfliegen, d. h. der Enddruck müsste doppelt so gross sein, als der ursprüngliche. Da diese Störungen um so öfter eintreten, je mehr Moleculé auf der Flächeneinheit vorhanden sind, so wird auch die anfänglich geringe Abweichung von der Proportionalität mit der absorbirten Gasmenge fortwährend zunehmen. Diese Folgerung wird in der That durch die rasche Zunahme des Druckes bestätigt, welche die Curve I Tafel II Fig. 3 veranschaulicht. Es mag zwar auffallend erscheinen, dass die Abweichung von der Proportionalität sich schon nach

Einleitung der ersten Gasportionen kund gibt, doch darf man hierbei nicht vergessen, dass die Bewegung der Molecüle nur in der Richtung der Normalen zur Wand durch die Molekularanziehung gehemmt wird. Es können daher schon bei einer relativ kleinen Zahl von Molecülen, die auf einer grossen Oberfläche vertheilt sind, gegenseitige Bewegungsstörungen stattfinden. Wahrscheinlich wird ausserdem die Bewegung der Gasmolecüle längs der Oberfläche durch die Unebenheiten derselben auch etwas gehemmt.

Bestimmtere Angaben über den Bewegungszustand der Molecüle, welche die Wandschichten bilden, und dessen Aenderung mit dem Druck lassen sich vielleicht aus den obigen Beobachtungen ableiten.

Zum Schluss sei es mir gestattet, Hrn. Prof. Hagenbach für die lebenswürdige Unterstützung, die er mir bei meinen Versuchen in seinem physikalischen Laboratorium zu theil werden liess, meinen verbindlichsten Dank zu sagen.

Basel, Bernoullianum, November 1880.

II. *Ueber die Absorption dunkler Wärmestrahlen in Gasen und Dämpfen; von Ernst Lecher und Joseph Pernter.*

(Von den Herren Verfassern abgekürzt mitgetheilt aus den Sitzungsber.
der k. Acad. der Wiss. in Wien. 82.)

Die diesbezüglichen Arbeiten von Magnus¹⁾, Tyndall²⁾ und anderen Experimentatoren sind zum grössten Theile in diesen Annalen publicirt, sodass wir in Betreff ihrer Dis-

1) Magnus, Pogg. Ann. **112.** p. 497. 1861. **114.** p. 635. 1861. **118.** p. 575. 1863. **121.** p. 186. 1864. **127.** p. 612. 1866. **130.** p. 207. 1867.

2) Tyndall, Pogg. Ann. **113.** p. 1. 1861. **114.** p. 632. 1861. **116.** p. 1. 1862. — Ferner „Contributions to molecular physics in the domain of radiant heat. London, Longmans, Green and Co. 1872.“ Wir werden auch immer dieses Werk citiren, da Tyndall darin alle seine Arbeiten auf diesem Gebiete sorgfältig gesammelt hat.

cussion nur das Hauptsächlichste aus unserer Abhandlung mittheilen wollen. Während sich nämlich besonders auf meteorologischem Gebiete immer mehr die Ansicht geltend gemacht hat, dass Wasserdampf ein ziemlich beträchtliches Absorptionsvermögen für strahlende Wärme besitze, haben unsere Versuche das Gegentheil gezeigt, und es stellte sich bei einem sorgfältigen Studium der Tyndall'schen Abhandlungen heraus, dass sich die von Magnus beargwöhnte Vaporhäsion aus den Zahlen des englischen Physikers selbst ohne Zuhülfenahme anderer Daten leicht nachweisen lasse.

Zunächst gibt nämlich Tyndall selbst zu, dass je nach Anwendung von geschwärzten oder polirten Röhren die beobachtete Absorption in Dämpfen eine verschiedene sei. Während in der geschwärzten Röhre Schwefelätherdampf ein bedeutend stärkeres Absorptionsvermögen besitzt, als der Dampf von Ameisenäther, stellt sich bei Verwendung einer polirten Röhre das Absorptionsverhältniss umgekehrt wie 130:180.¹⁾ Also selbst bei so stark absorbirenden Dämpfen wie die eben genannten kann je nach Anwendung verschiedener Röhren ein Fehler bis zu 30% möglich werden.

Wie sehr die Vaporhäsion als Fehlerquelle im Spiele war, ergibt sich auch noch aus dem genaueren Studium der Tyndall'schen Methode der Messung des in die Röhre zugelassenen Dampfes. Seine Vorrichtung²⁾, die grosse Experimentirröhre mit Dampf zu füllen, war bekanntlich kurz folgende. An der Experimentirröhre befand sich eine Glasröhre eingekittet, welche eine durch zwei Hähne verschliessbare kleine Kammer, nennen wir sie *M*, trug. Der eine Hahn erlaubte, dieselbe mit der grossen Röhre in Verbindung zu setzen, der andere mit einem Raume, in welchem sich luftfrei jene Flüssigkeit befand, deren Dampf gemessen werden sollte. Offenbar wird, wenn dieser Hahn offen und der obere zu ist, *M* sich mit Dampf füllen, schliesst man dann aber den Hahn, der zur Flüssigkeit führt, und öffnet den oberen, so ist die Verbindung von *M* mit der grossen

1) Tyndall, Pogg. Ann. 113. p. 35. 1861. — A. a. O. p. 35.

2) Tyndall, Pogg. Ann. 113. p. 21. 1861. — A. a. O., I. Memoir, p. 25.

Röhre bewerkstelligt, und der in M befindliche Dampf dehnt sich in der ganzen Experimentirröhre aus. Dies kann nun so oft wiederholt werden, als beliebt, und so die Röhre allmählich mit immer wachsender Dampfmenge gefüllt werden. Das Verhältniss, in welchem sich der in M befindliche Dampf ausdehnt, wenn er in die grosse Röhre kommt, ist durch den Cubikinhalte der letzteren gegeben, welcher nach Tyndall beiläufig 220 Cubikzoll englisch beträgt. Wir führen zur Erläuterung ein Beispiel, das des Aetherdampfes, mit Tyndall's eigenen Worten an. Nehmen wir an, M enthalte $\frac{1}{1000}$ Cubikzoll.

„Die Dämpfe haben aber beim Eintreten in die Röhre nur die der Laboratoriumstemperatur entsprechende Spannung, nämlich 12 Zoll. Diese müssen mit 2,5 multiplicirt werden, um sie auf Atmosphärendruck zu bringen. Wenn sich also das $\frac{1}{1000}$ eines Cubikzolles, dessen Absorption, wie gezeigt, der Messung noch zugänglich ist, in eine Röhre vom Rauminhalt 220 Cubikzoll ausdehnt, dann würde es eine Spannung von:

$\frac{1}{220} \times \frac{1}{2.5} \times \frac{1}{1000} = \frac{1}{550000}$
einer Atmosphäre haben.“

Zur Untersuchung der Genauigkeit dieser Methode wählen wir nun als Beispiele: Schwefelkohlenstoff und Benzol, weil gerade in den Tabellen dieser Stoffe eine Controle leicht möglich ist.

Aus der Tabelle für Schwefelkohlenstoff entnehmen wir:
Tabelle VI.¹⁾ Schwefelkohlenstoff. Maasseinheit = $\frac{1}{2}$ Cubikzoll.

| | | | |
|----------------------|--------------------|------------------------|-------------------|
| Maasseinheiten . . . | 1,0, 2,0 | 7,0, 8,0, 9,0 . . . | 13,0, 14,0, 15,0 |
| Absorptionen . . . | 2,2, 4,9 | 13,8, 14,5, 15,0 . . . | 17,5, 18,2, 19,0. |

Ueberdies gibt Tyndall noch die Absorption bei einem Quecksilberdruck von $\frac{1}{2}$ und 1 Zoll zu 14,8, resp. 18,8 an.

Nun ist zweifellos der Schluss berechtigt, dass, so oft dieselbe Absorption eintritt, gleichviel Dampfmoecüle, also (bei gleicher Temperatur) gleicher Dampfdruck vorhanden sein müsse. Bei $\frac{1}{2}$ Zoll Druck tritt nun eine Absorption von 14,8 ein, dieselbe Absorption tritt nach der Tabelle ein,

1) Tyndall, Pogg. Ann. 113. p. 25, 1861. — A. a. O. p. 27.

wenn M etwa 8,6 mal in die grosse Röhre entleert wird. Es muss also nach dieser 6,8 maligen Entleerung ebenfalls $\frac{1}{2}$ Zoll Druck in der Röhre herrschen. Es lässt sich hieraus aber leicht berechnen, was für ein Druck in M für sich jedesmal herrschen müsste, damit dieses Resultat erreicht werde.

Bezeichnet x diesen in M für sich herrschenden Druck, so wird, nachdem M mit der grossen Röhre in Verbindung gebracht wurde, in der Röhre ein Druck von $x/220$ herrschen, da der Dampf sich auf ein 220faches Volumen ausdehnt, wenn der Inhalt von M 1 Cubikzoll betragen würde; da aber der Inhalt von M in unserem Falle nur $\frac{1}{2}$ Cubikzoll beträgt, so hat die Röhre das 440fache Volumen von M , und es muss sich der Dampf von M auf das 440fache ausdehnen, sodass der Druck x 440 mal kleiner wird, d. h. $x/440$. Nach 8,6maliger Wiederholung des Processes, also nachdem diese Spannung $x/440 \times 8,6$ der Röhre mitgetheilt wurde, soll aber nach den Angaben der Tabelle der Gesamtdruck in der Röhre $\frac{1}{2}$ Zoll Quecksilberdruck geworden sein. Wir haben daher die Gleichung:

$$\frac{x}{440} \times 8,6 = \frac{1}{2}'' \text{ oder } x = 25,6'' \text{ Quecksilberdruck.}$$

Führt man die gleiche Rechnung mit den Zahlen, welche der Absorption bei 1 Zoll Druck in der Tabelle entsprechen, so findet man x wiederum aus der Gleichung:

$$\frac{x}{440} \times 14,8 = 1 \text{ oder } x = 29,9 \text{ Zoll Quecksilberdruck.}$$

Es ergäbe sich sonach eine Dampfspannung des Schwefelkohlenstoffes in M für sich von einer ganzen Atmosphäre beiläufig. Da dies nur bei einer Temperatur von 46° Cel. möglich war, so ist hier eine Fehlerquelle aufgedeckt, deren Ursachen man nachforschen muss.

Für Benzol gestalten sich die Rechnungen noch übersichtlicher. Die Tabelle gibt uns folgende Anhaltspunkte.

Tabelle XII.¹⁾ Benzol. Maasseinheit = $\frac{1}{10}$ Cubikzoll.

Maasseinheiten: 1 18,0, 19,0, 20,0

Absorptionen: 4,5 . . . 67,0, 69,0, 72,0.

1) Tyndall, Pogg. Ann. 113. p. 30. 1861. — A. a. O. p. 31.

Ferner ist bei einem Quecksilberdruck von $\frac{1}{2}$ Zoll die Absorption 78.

Wenn man obige Zahlen nur ein wenig extrapolirt, findet man, dass bei 22,5maliger Entleerung von *M* in die grosse Röhre eine Absorption von 78 erreicht wird, welche der Absorption bei $\frac{1}{2}$ Zoll Quecksilberdruck entspricht. Die gleiche Rechnung wie oben ergibt:

$$\frac{x}{2200} \times 22,5 = 0,5'' \text{ oder } x = 99,3'' \text{ Quecksilberdruck,}$$

d. h. es müsste eine Temperatur von etwa 100° C. geherrscht haben.

Die Erklärung dieser Unmöglichkeiten dürfte etwa so zu geben sein. Regnault¹⁾ hatte beobachtet, dass die Spannung der Dämpfe im luftleeren Raum grösser sei, als im luftgefüllten, und erklärte dies aus der Condensation an den Wänden. Dadurch wird die Spannung des Dampfes verringert, und während im luftleeren Raume von der Flüssigkeit momentan der Ersatz geliefert wird, dauert dies im luftgefüllten Raum längere Zeit, sodass die volle Dampfspannung nie erreicht werden kann. Daraus erklärt sich auch wohl das Resultat obiger Rechnungen. Wenn in der luftleeren Kammer *M* aus der unterhalb befindlichen Flüssigkeit Dampf sich bildete, so condensirte sich ein Theil an den Wänden und floss da unsichtbar herab.

Wurde die Kammer von der Flüssigkeit abgeschlossen, so befand sich in ihr nicht nur der Dampf, sondern auch ein Dampfherd, diejenige Flüssigkeit nämlich, die sich an den Wänden condensirt hatte. Dann dehnte sich nicht nur der Dampf bei Oeffnung des oberen Hahnes in die grosse Röhre aus, es verdampfte auch die in *M* condensirte Flüssigkeit. Es wird nun auch zweifellos in der grossen Röhre Condensation stattfinden, doch wird, da der Verdampfung ein Ziel gesetzt ist, ein Gleichgewichtszustand eintreten. So scheint uns obige Rechnung eine Erklärung zu finden, zugleich aber auch auf eine Weise die Vaporhäsion als Fehlerquelle in Tyndall's Versuchen hervorzutreten, dass seine Resultate als durchweg von anzweifelbarem Character er-

1) Regnault, Pogg. Ann. 93. p. 564. 1854.

scheinen müssen. — Ja noch mehr. In späteren Versuchen ändert Tyndall¹⁾ die Art, wie er den Dampf einströmen lässt, dahin ab, dass er direct von einem Fläschchen, in welchem sich luftfrei die betreffende Flüssigkeit befand, und das er so vorbereitet mit der Experimentirröhre in Verbindung brachte, Dampf einströmen liess, dessen Spannung durchs das Quecksilbermanometer gemessen wurde. Die riesige Condensation, welche wir vorhin im kleinen Raum *M* längs der Wände constatirt haben, findet nun nach Ausschaltung von *M* in der grossen Röhre statt.

Ausser den vielen Arbeiten Tyndall's über Absorption strahlender Wärme in Dämpfen ist uns in dieser Richtung nur noch die Arbeit von Hoorweg²⁾ bekannt. Dieser Experimentator versuchte jedoch die Vaporhäsion dadurch zu vermeiden, dass er einen Dampfstrom frei im Zimmer zwischen Wärmequelle und Thermosäule aufsteigen liess. Dass eine quantitative Untersuchung so weniger genaue Resultate liefern muss als bei der nun sogleich zu schildernden von uns angewandten Methode, liegt auf der Hand. Ueberdies richtet Hoorweg sein Hauptaugenmerk auf das Verhalten des Wasserdampfes, und es steht dieses sein Resultat mit unserem in viel geringerem Widerspruche als das von Tyndall.

Beschreibung der angewandten Apparate und der Versuchsmethode.

Von den soeben gegebenen Betrachtungen ausgehend und von vielen misslichen Erfahrungen belehrt, stellten wir uns Methode und Apparat schliesslich in folgender Weise fest.

Es galt die Steinsalzplatten und jegliche Reflexion zu vermeiden und dennoch die Thermosäule, so wie die als Wärmequelle wirkende Strahlungsfläche so im eigentlichen Versuchsraume anzubringen, dass trotzdem keinerlei Leitung und keinerlei Luftströmung stattfinden konnte. — Diese Aufgabe glauben wir mittelst eines Apparates gelöst zu

1) Tyndall, A. a. O. Memoir II, pag. 85.

2) Hoorweg, Pogg. Ann. 155. p. 385. 1875. Es ist hier auch die ganz analoge Arbeit von Haga zu erwähnen, Pogg. Ann. 160. p. 37. 1877.

haben, welchen Taf. II Fig. 4 in etwa $\frac{1}{15}$ seiner natürlichen Grösse zu veranschaulichen sucht.

A ist das eigentliche Versuchsgefäss, ein umgekehrter schmaler Glassturz, dessen Oeffnung nach oben liegt. Am Boden des Gefässes befindet sich auf einem Holzträger *b* die Thermosäule *S*, welche letztere keinerlei Auffangvorrichtung (konische Reflectoren oder dergleichen) gegen oben besitzt, sondern die betreffende mit Russ sehr sorgfältig geschwärzte Fläche ganz frei gegen die Wärmequelle richtet, während die untere Seite durch einen baumwollenen Verband gegen jede plötzlichere Temperaturänderung geschützt war. Die obere Oeffnung des Gefässes *A* ist durch ein die Strahlungsvorrichtung tragendes, eigenartiges Gefäss *B* luftdicht verschlossen. Dieses besteht aus der Bodenplatte von Metallblech *c*, in deren runde Oeffnung in der Mitte eine 3,5 cm. Durchmesser besitzende Metallröhre *l* eingelöthet ist. In letzterer befindet sich in etwa $\frac{1}{8}$ der ganzen Höhe das dünne Kupferblech *a*, welches letzteres ebenso wie auch *l* sehr sorgfältig mit Lampenruss geschwärzt ist. Die Entfernung von *a* nach *S* war gleich 310 mm. In die Bodenplatte *c* ist noch eine zweite Röhre *i* eingelöthet, in welche der die Manometerröhre *e*, die Leitungsdrähte und die zur Luftpumpe führenden Röhre *r* tragende Kautschukpfropf luftdicht eingekittet ist. Ausserdem trägt die Bodenplatte *c* einen auf ihrem aufgeworfenen Rande wasserdicht aufgekitteten, beiderseits offenen Glasring *h*, welcher gestattet, dass fliessendes Wasser fortwährend um die Röhre *l* circuliren kann. Das ganze Gefäss *A* wurde in ein Eiscalorimeter von Lavoisier-Laplace *C* gebracht. Das Wasser, das unmittelbar von der Wasserleitung durch *q* in den inneren Raum zufliesst, umspült das Gefäss *A* und strömt oben in den äusseren Raum über und durch die Röhre *s* ab. — Durch die Gesamtheit dieser Vorrichtung wurde bewirkt, dass das ganze Gefäss *A* rings von Wasser immer gleicher Temperatur umgeben war, sodass auch die Thermosäule von Seiten der Glaswand *A* immer gleiche Strahlungsintensitäten empfing. Die Zuleitungsröhre *p* für das obere Kühlgefäss mündet ausserdem in eine Bleiröhre, welche um den Auf-

satz *l* geschlungen und gegen denselben wie ein Sieb durchlöchert ist. *l* wird also ringsum fortwährend von zufließendem Wasser unmittelbar getroffen. — Aus *B* fließt das Wasser über den Rand von *h* nach *C* ab.

Es braucht wohl nicht erst bemerkt zu werden, dass die Temperatur des Wassers durch eingebrachte Thermometer immer verfolgt wurde; es zeigte sich im Laufe der Monate eine kleine Veränderlichkeit; während der Dauer einer Versuchsreihe blieb sie aber immer constant.

Nachdem so überall die Temperatur gleich hoch war, soll nun plötzlich das Blättchen *a* auf eine bestimmte höhere Temperatur gebracht werden. Wir suchten dies mittelst eines plötzlich gegen *a* geleiteten Stromes von Wasserdampf zu erreichen. Beim Zusammenstellen des Erhitzungsapparates war aber vor allem die Erwägung massgebend, dass das dünne Kupferblättchen *a* bei den Versuchen einer Versuchsreihe immer gleich hoch erhitzt werden müsse. Da jedoch die Abkühlung durch Leitung wegen der grossen Nähe des Kühlwassers eine bedeutende war, so konnte in Bezug auf die nach unten gegen die Thermosäule *S* plötzlich auftretende Strahlung nur dann Gleichheit errungen werden, wenn immer gleich viel Dampf mit gleicher Geschwindigkeit und wohl auch in gleicher Richtung und in gleicher Höhe über *a* einströmt. — Dadurch war bedingt, dass man im Dampfentwicklungsapparate *M* immer gleiche Mengen Dampf gleich rasch erzeugen musste. Zu diesem Zweck musste bei eintretendem Sieden immer annähernd gleich viel Wasser in *M* und auch die dampferzeugende Flamme immer von gleicher Grösse sein. Ersteres wurde erreicht, indem man eine eigene Füllungsvorrichtung herrichtete. In den Kolben *K*, der bis etwa $\frac{1}{2}$ seines Inhaltes mit Wasser angefüllt und mit seinem Halse nach abwärts über dem Trichter *T* angebracht wurde, führen durch einen Kautschukpfropf luftdicht zwei Glasröhren, welche aussen gleichweit hinabreichen, deren eine aber innerhalb des Kolbens in die Luft hinaufreicht, während die andere knapp hinter dem Korke abbricht. Durch diese Vorrichtung wird bekanntlich das Wasserniveau in *T* in einer bestimmten Höhe fixirt.

Vor Beginn jeder Erhitzung wird ein Quetschhahn bei *a* geschlossen, und sowie der einzelne Versuch vorbei, wieder geöffnet. Um eine jedesmal gleich starke Hitze unter *M* hervorzubringen, wurde ein Manometer *m*, welches mit Petroleum gefüllt war, in die Gasleitung des Brenners *z* eingeschaltet und mittelst der Quetschvorrichtung *y* regulirt. Ein anderes Manometer *d* gab einen in *M* eventuell auftretenden Ueberdruck an. Man wartete, bis die Dampfentwicklung so heftig wurde, dass der Dampf mit Macht durch die Röhre *v* bei *w* ausströmte. Diese Röhre bestand im Anfang und Ende aus Glasröhren, welche durch ein Mittelstück von Kautschukschlauch verbunden waren, und war mit Leinwand umwickelt, um vorzeitige Condensation des Wasserdampfes zu vermeiden. Diese ganze biegsame Röhre endete in den Korke *w*, mittelst welchen sie nun auf das Messingrohr *l* aufgesetzt wurde und nach *w'* zu liegen kam. Der Kork hatte seitwärts Einschnitte, welche dem Dampfe, nachdem er das Blättchen *a* getroffen hatte, zu entweichen erlaubte. Durch in der Zeichnung nicht angebrachte Schirme war die ganze Dampfentwicklungsvorrichtung von dem Apparate *A, B, C* getrennt.

Am Quecksilbermanometer *R* konnte der in *A* herrschende Druck abgelesen werden. Die Luftpumpe *D*, eine gute Ekling'sche Pumpe, diente zum Auspumpen von *A*. Bei den Versuchen mit Dämpfen wurde das Reagirglas *N*, nach Art von Waschflaschen hergerichtet, angewandt. Die Flüssigkeit, deren Dampf untersucht werden sollte, wurde in dasselbe gefüllt, und damit kein Dampf in *A* niedergeschlagen werden könnte, das Reagirglas in ein Gefäß gebracht, durch welches Wasser der Wasserleitung floss, sodass der Dampf bei derselben Temperatur sich bildete, welche in *A* herrschte. Getrocknete und gereinigte Luft wurde durch die Flüssigkeit in kleinen Bläschen langsam einströmen gelassen, um der Sättigung bei der betreffenden Temperatur sicher zu sein. Während *A* in einem Zeitraum von etwa 1,5 Minuten sich total mit Luft hätte füllen können, öffneten wir den Hahn *b* so wenig (*g* wurde geschlossen), dass es zwei Stunden brauchte, um *A* gänzlich zu füllen. Nun wird im Apparate *A* Luft mit dem betreffenden Dampfe von der der Tem-

peratu
dings
und d
H
seitigt
hervor
D
fläche
nichts
lung a
sigkeit
D
Dampf
sie du
Institu
mehr
thüml
sich et
Tag h
auf na
spülen
Glasg
wurde
mittel
der g
heber
N
wieder
sorgfä
stück
reinig
mit K
appar
und s
heit d
sen/sc

1)

peratur entsprechenden Maximalspannung sich befinden. Allerdings wird an den Wänden etwas Dampf verdichtet werden und dadurch die Spannung eine geringere.

Hier ist, wie wir glauben, die einzige nicht ganz beseitigte Fehlerquelle unserer Methode, die jedoch kaum in hervorragender Weise auf die Resultate einfließen kann.

Dass auch auf der Thermosäule und auf der Strahlungsfläche a ein wenig Dampf sich condensirt, macht natürlich nichts, denn es wird dadurch vielleicht ein Theil der Strahlung absorbirt, dann aber wirkt die sehr feine, dünne Flüssigkeitsschicht wie eine kleine Verstärkung der Russchicht.

Die Luft, welche dazu bestimmt war, als Trägerin des Dampfes zu dienen, kam aus dem Gasometer G , in welchen sie durch eine eigene Leitung direct aus dem Hofraume des Institutsgebäudes gebracht wurde. Von G aus geht sie durch mehrere Chlorcalciumröhren und dann durch die drei eigenthümlichen Waschapparate O , P und Q . In P und Q befinden sich etwa haselnussgrosse Glasstücke, welche man durch einen Tag hindurch in siedender Salpetersäure gereinigt und hierauf nach P und Q gebracht hatte. Nach mehrmaligem Ausspülen mit destillirtem Wasser kommt der Kork auf das Glasgefäss, und, nachdem das ganze luftdicht gemacht, wurde durch etwa drei Wochen völlig trockene reine Luft mittelst einer Bunsen'schen Luftpumpe durchgezogen, dann der ganze Apparat mit chemisch reiner H_2SO_4 durch die heberförmig gebogene Glasröhre gefüllt.

Nach 24 Stunden wurde die H_2SO_4 auf demselben Wege wieder hinausgeblasen und das Ende der Glasröhre sehr sorgfältig gereinigt. In O dagegen befanden sich Marmorstücke, die ebenso mittelst Salzsäure an der Oberfläche gereinigt und nach vollständiger Waschung und Trocknung mit Kalilauge befeuchtet wurden. Diese Art von Reinigungsapparaten stammt der Hauptsache nach von Tyndall¹⁾ her und sollte bei allen Arbeiten, die grösste chemische Reinheit der Gase voraussetzen, statt der bisher gewählten Bunsen'schen Waschflaschen verwendet werden. Endlich sei auch

1) Tyndall, A. a. O. p. 74.

noch die Glasröhre x erwähnt; welche mit reiner Baumwolle und oben mit Asbest gefüllt ist, um jene organischen Bestandtheile zurückzuhalten, welche nach Tyndall¹⁾ nur auf diese Art entfernt werden könnten.

Das Galvanometer, ein einfacher Thermomultiplicator, dessen Kupferdraht mit eisenfreier weisser Seide übersponnen ist, befand sich mehrere Zimmer vom eigentlichen Versuchsraume entfernt. Es zeigte sich nämlich, dass das Galvanometer seine Ruhelage ganz bedeutend mit der Temperatur änderte, daher in dem Zimmer, in welchem es sich an einem Wandtischchen befand, durch sorgfältigen Verschluss der Fensterläden jeglicher Temperaturwechsel vermieden wurde. Das Instrument hatte eine Spiegelablesung, und befand sich die Scala in 3 m Entfernung vom Spiegel. Vor der Scala lag ein horizontales Brett, auf welchem mittelst einer Schnur das Gasflämmchen, das zur Beleuchtung eines kleinen Theiles der Scala dient, ganz bequem von dem beim Fernrohre Sitzenden verschoben werden kann.

So wird die Scala selbst bei grossen Ausschlägen noch ganz leicht beleuchtet, ohne grössere Vorrichtungen dazu anbringen zu müssen, welche die Temperatur des Locales viel zu sehr erhöhen würden.

Die Leitung zum Galvanometer bestand aus 3,5 mm dickem Kupferdraht, und war keinerlei Klemmschraube angewendet. Dort, wo dieser Kupferdraht mit den aus A herausführenden Drahtenden verbunden werden musste, waren die sorgfältig polirten Drähte fest umeinander gewickelt, und dann, nachdem sie behutsam gefirnisst, ins Wasser der Leitung gebracht, um keinerlei Thermostrom zu veranlassen.

Der eine der beiden Leitungsdrähte war völlig isolirt, denn wir hatten Gelegenheit, eine von Lamont²⁾ bereits

1) Tyndall, A. a. O. Mem. 10. p. 341. 1866.

2) Lamont, Der Erdstrom. Leipzig, bei Voss. p. 7. — Wenn das eine Ende der Leitung unseres Galvanometers zur Wasserleitung geführt, und das andere nach gewöhnlichen Begriffen vollkommen isolirte Ende mit der Hand berührt wurde, entstand in dem scheinbar ungeschlossenen Stromkreise ein ganz bedeutender Strom, der gegen 100 Scalentheile Ausschlag lieferte.

gemachte Erfahrung selbst zu erproben, dass nämlich auch ganz trockenes Holz für schwache Ströme kein Isolator ist.

Der Gang eines einzelnen Versuches war folgender. Nachdem bei richtiger Justirung der Wassermenge im Siedeparasite und des Gasdruckes für den Brenner das Wasser in heftiges Kochen gerathen war, verfügte sich der eine von uns zum Galvanometer, während der andere sich bereit hielt, den Schlauch, durch welchen der Dampf ausströmte, in die Röhre *l* zu stecken. Dies geschah auf ein Zeichen desjenigen, der beim Galvanometer war. Es wurde zur Zeit des Zeichens die Ruhelage des Galvanometers abgelesen, gleichzeitig der Dampfstrahl auf *a* geleitet; der momentan entstandene Strom trieb die Galvanometernadel aus der Ruhelage, wo ausser dem ersten Ausschlag noch drei Umkehrpunkte abgelesen wurden. Die ganze Beobachtung dauerte etwa 1,5 Minuten. Wir glauben auf diese Weise mit Bestimmtheit alle Fehler vermieden zu haben, welche aus entstandenen Luftströmungen hergeleitet werden. In der That war aus absichtlich in die Länge gezogenen Beobachtungen, deren wir viele zu dem Zwecke machten, zu ersehen, dass, wenn zur Zeit des dritten Umkehrpunktes das Maximum erreicht war, es zur Zeit des vierten noch constant blieb, dass aber grösstentheils eine kleine Zunahme in der Zeit vom dritten zum vierten Umkehrpunkte wahrgenommen wurde. Erst beim sechsten, oft auch erst beim achten Umkehrpunkte fingen die eingetretenen Luftbewegungen an, sich bemerkbar zu machen.

Das logarithmische Decrement für die Schwingungen des Nadelpaares wurde so oft als möglich bestimmt und aus den auf den ersten Ausschlag folgenden drei Umkehrpunkten der wahre Ausschlag berechnet nach der leicht aus der gewöhnlichen sich ergebenden Formel:

$$\text{Ausschlag} = \frac{(p_2 + p_3) + k(p_3 + p_4)}{2(1 + k)} - R,$$

worin *k* das Dämpfungsverhältniss zweier auf einander folgender Schwingungen, *R* die ursprüngliche Ruhelage und *p₂*, *p₃*, *p₄* die betreffenden Umkehrpunkte bedeuten. Der allererste Ausschlag wurde, wie man sieht, nicht verwendet, weil

die Schnelligkeit, mit der das Dampfrohr auf *l* aufgesteckt wurde, und ähnliche Zufälligkeiten manchmal auf denselben störend einwirkten.

Es zeigte sich bei Berechnung obigen Bruches überflüssig, die Scalentheile auf Bogenlängen umzurechnen. Nachdem in der oben beschriebenen Weise der einzelne Versuch vorüber war, wurde die Röhre *v* wieder in die ursprüngliche Lage gebracht und durch zeitweiliges Oeffnen des Quetschhahnes *o* der ursprüngliche Wasserstand hergestellt und überdies noch der kleine Hohlraum über *a* sorgfältig getrocknet.

Eine ganze Versuchsreihe wurde nun so angeordnet, dass zuerst drei Versuche im luftleeren Raum gemacht wurden, und zwar immer in Zwischenzeiten von je 30 Minuten. Dann wurde das Galvanometer mittelst einer den parallel laufenden Leitungsdrähten quer aufgepressten Kupferbrücke abgeblendet, sodass jetzt *A* ausgepumpt werden konnte. Blicke das Galvanometer eingeschaltet, so würde die durch die Verdünnung der Luft bei *S* hervorgerufene Abkühlung einen für das empfindliche Galvanometer schädlichen, starken Thermostrom hervorrufen. Nachdem *A* mit dem zu untersuchenden Gase oder Dampfe gefüllt ist, braucht es einer Unterbrechung von etwa zwei Stunden, damit die durch das Einströmen erhöhte Temperatur wieder auf die des umgebenden Wassers sank. Dann kommen wieder die Einzelversuche in der bereits beschriebenen Weise.

Da die ausgedehnten unserer Versuchsreihen einen Zeitraum von 12—14 Stunden in Anspruch nahmen, und uns eine so lange zusammenhängende Zeit bei Tage selten zur Verfügung stand, wählten wir fast immer die Nächte als Versuchszeit, was wegen der äussert ungünstigen Lage des Institutsgebäudes auch nach anderer Richtung hin als sehr vortheilhaft sich erwies. Die von der nahen, sehr lebhaften Verkehrsstrasse ausgehenden Erschütterungen nämlich irritirten das Galvanometer bei Tage ganz merklich, und war die Ruhelage bei den Nachtversuchen eine viel constantere.

Versuchsergebnisse.

1. Reine, trockene Luft. — Die Absorption dieses Gasgemenges ist jedenfalls von höchstem physikalischen Interesse und massgebend für alle Arbeiten auf dem Gebiete der strahlenden Wärme. In unseren anfänglich sehr stark differirenden Resultaten wurde erst dann Uebereinstimmung erhalten, nachdem all' die besprochenen Vorsichtsmaassregeln getroffen waren. Von der sehr grossen Anzahl unserer Versuche, welche zum Theile auch mit Schneekühlung gemacht wurden, theilen wir zwei mit.

In den folgenden Tabellen bedeutet *J* die durch das Medium durchgegangene Strahlung, die Intensität der eintretenden = 100 gesetzt.

| Namen und Druck des Dampfes | Aus- schlag | <i>J</i> | Namen und Druck des Dampfes | Aus- schlag | <i>J</i> |
|--------------------------------|----------------|----------|--------------------------------|----------------|----------|
| R. L.-Atmosphäre . . | 557,1 | 100,08 | R. L.-Atmosphäre . . | 551,3 | 100,14 |
| Vacuum | 556,7 | 100,00 | Vacuum | 550,5 | 100,00 |
| R. L.-Atmosphäre . . | 553,8 | 99,49 | R. L.-Atmosphäre . . | 548,1 | 99,56 |
| Vacuum | 553,9 | 99,50 | Vacuum | 550,4 | 99,90 |

Zur Einrichtung dieser und aller folgenden Tabellen bemerken wir, dass, Raumersparnisses wegen, manchmal zwei ganz verschiedene Versuchsreihen, nur durch einen Strich getrennt, unmittelbar neben oder unter einander gedruckt sind.

Es zeigte sich, dass bei unserem Galvanometer im Laufe der Zeit die Ausschläge immer kleiner wurden, theils weil die Astasie der Nadeln sich verringte, besonders jedoch, weil die Stelle, wo die Enden der Leitungsdrähte sich berührten, trotz des sorgfältig angebrachten Firnisses nach und nach oxydirten, und so der Leitungswiderstand wuchs. Diese Veränderungen waren allerdings während einer Versuchsreihe verschwindend klein, sie bewirkten aber, dass die unter einander gedruckten Versuchsreihen, zwischen welchen oft ein Zwischenraum von Monaten liegt, grosse Verschiedenheit der absoluten Ausschläge aufweisen.

Was speciell die oben gegebene Tabelle betrifft, so geht daraus mit aller Evidenz hervor, dass die Absorption der Wärmestrahlen von einer Wärmequelle von 100° C. in einer Schicht von 31,0 cm unmessbar klein ist.

Denn, wenn wir das Mittel aus den ersten und dritten drei Versuchen nehmen und mit den mittleren drei combiniren, ebenso die zweiten und vierten mit dem dritten, erhalten wir für J :

| | | | | |
|-------------------|--------|-------|--------|-------|
| Vacuum: | 100,00 | 99,95 | 100,00 | 99,75 |
| Mit Luft gefüllt: | 99,85 | 99,56 | 99,78 | 99,49 |

oder im Mittel, dass von 100 eintretenden Strahlen 99,78 austreten. Diese Differenz jedoch liegt entschieden innerhalb der Beobachtungsfehler.

2. Feuchte Luft.

| Name und Druck des Dampfes | Ausschlag | J | Name und Druck des Dampfes | Ausschlag | J |
|-------------------------------|-----------|--------|-------------------------------|-----------|--------|
| R. T. L. Atmosphäre | 545,8 | 100,00 | H ₂ O-Dampf 7,4 mm | 545,2 | 99,87 |
| H ₂ O-Dampf 7,4 mm | 549,7 | 100,71 | R. T. L. Atmosphäre | 545,8 | 100,00 |
| R. T. L. Atmosphäre | 551,0 | 100,95 | H ₂ O-Dampf 7,4 mm | 546,4 | 100,11 |
| H ₂ O-Dampf 7,4 mm | 550,4 | 100,84 | | | |

In bekannter Weise geordnet haben wir für J :

| | | | |
|-------------|--------|--------|--------|
| Luft . . . | 100,00 | 100,00 | 100,00 |
| Wasserdampf | 100,24 | 100,17 | 99,99 |

oder im Mittel, dass von 100 eintretenden Strahlen 100,20 austreten.

Es ist also das Resultat dieser Versuche, dass feuchte Luft Wärmestrahlen von einer Wärmequelle von 100° C. nicht merklich absorbiert. Es wurde keine irgend denkbare Vorsichtsmaassregel ausser Acht gelassen. Wir änderten die Einströmungsvorrichtung verschieden ab, liessen auch Luft lange Zeit über Wasser im Gasometer stehen und trieben diese gewiss wasserdampfhaltige Luft durch mehrere Waschflaschen in den Versuchsraum, allein mit demselben negativen Resultate. Dieses Resultat war scheinbar um so auffallender, als alle Versuche der Absorption der Wärmestrahlen der Sonne in der Atmosphäre eine Absorption ergeben, welche, da sie der reinen Luft nicht zugeschrieben werden kann, allgemein auf Rechnung des Wasserdampfes gesetzt wird.

Eine Discussion dieser Frage folgt am Schlusse der ganzen Abhandlung.

Im Folgenden geben wir die Resultate unserer Untersuchungen über Gase und Dämpfe. In Bezug auf erstere

weichen unsere Zahlen sehr wenig von denen Tyndall's ab, während wir bei den Dämpfen fast durchgehend neue Werthe erhielten. Manche derselben wurden mit derselben minutiösen Genauigkeit und Sorgfalt gemessen, wie die beiden vorhergehenden, indem wir Aufschlüsse über den Zusammenhang zwischen Druck und Absorption zu erhalten hofften. Doch lässt sich aus den Versuchen mit Aetherdampf, Kohlensäure u. s. w. nur so viel mit Bestimmtheit ersehen, dass das bekannte Absorptionsgesetz $J = 100 \cdot e^{-d \cdot x}$ hier keine Anwendung finden kann, indem der Coëfficient x mit zunehmender Dicke d der durchstrahlten Schicht immer kleiner wird. Es ist also die Absorption selbst bei einer Wärmequelle von 100°C . eine auswählende.

Eine Besprechung der Resultate befindet sich am Schlusse dieser ganzen Abhandlung.

I.

1. Methylalkohol.

| Name und Druck des Dampfes | Aus- schlag | J |
|-------------------------------|----------------|--------|
| R. T. Luft | 289,4 | 100,00 |
| CH_3O , 44 mm | 288,9 | 99,82 |
| R. T.-Luft | 138,7 | 100,00 |
| CH_3O , 44 mm | 137,8 | 99,42 |

2. Ameisensäure.

| | | |
|--------------------------------|-------|--------|
| R. T. Luft | 181,6 | 100,00 |
| CH_3O , 145 mm | 179,0 | 98,55 |

3. Chloroform.

| | | |
|----------------------------|-------|--------|
| R. T. Luft | 179,3 | 100,00 |
| CHCl_3 , 70 mm(?) | 178,4 | 99,50 |

4. Kohlenoxyd.

| Name und Druck des Dampfes | Aus- schlag | J |
|-------------------------------|----------------|--------|
| R. T. Luft | 393,9 | 100,00 |
| CO , 745 mm | 371,5 | 93,90 |
| R. T. Luft | 400,8 | 100,31 |
| R. T. Luft | 377,7 | 100,00 |
| CO , 743 mm | 350,9 | 92,90 |

5. Kohlensäure.

| | | |
|------------------------|-------|--------|
| R. T. Luft | 266,8 | 100,00 |
| CO_2 , 748 mm | 245,2 | 91,90 |
| CO_2 , 8 mm | 264,9 | 99,29 |
| CO_2 , 750 mm | 506,6 | 92,40 |
| CO_2 , 340 mm | 507,5 | 94,41 |
| CO_2 , 190 mm | 527,5 | 96,24 |
| R. T. Luft | 548,1 | 100,00 |

Anmerkung. R. T. bedeutet Reine, Trockne; unter der Rubrik Ausschlag sind die Zahlen in Scalentheilen gegeben; jede einzelne dieser Zahlen ist das Mittel aus drei selbständigen Versuchen, welche in den Sitzungsberichten der Academie veröffentlicht sind.

In den ausführlichen Tabellen, in den Sitzungsberichten der Academie, findet man überdies die jedesmalige Ruhelage R_0 , p_2 , p_3 , p_4 und immer auch den zugehörigen Werth von k und die beim Versuche herrschende Temperatur t des Wasserbades angegeben.

II.

| 1. Aethylalkohol. | | | | 3. Aether. | | | |
|----------------------------|---------|----------------|--------|----------------------------|--|----------------|--------|
| Name und Druck des Dampfes | | Aus- schlag | J | Name und Druck des Dampfes | | Aus- schlag | J |
| C_2H_6O , | 20 mm | 697,8 | 93,50 | Luftleer | | 704,8 | 100,00 |
| C_2H_6O , | 7 mm | 725,8 | 97,25 | $(C_2H_5)_2O$, 12,8 mm | | 669,3 | 94,96 |
| C_2H_6O , | 2,4 mm | 734,9 | 98,47 | $(C_2H_5)_2O$, 41,2 mm | | 601,7 | 87,37 |
| R. T. Luft | | 746,3 | 100,00 | $(C_2H_5)_2O$, 78,6 mm | | 549,3 | 77,94 |
| C_2H_6O , | 22 mm | 716,3 | 93,49 | $(C_2H_5)_2O$, 195,2 mm | | 488,0 | 69,24 |
| C_2H_6O , | 10,0 mm | 742,1 | 96,85 | $(C_2H_5)_2O$, 233,3 mm | | 412,9 | 58,59 |
| C_2H_6O , | 3,5 mm | 753,2 | 98,30 | $(C_2H_5)_2O$, 255,8 mm | | 439,3 | 54,00 |
| Luftleer | | 766,2 | 100,00 | $(C_2H_5)_2O$, 68,5 mm | | 630,3 | 77,43 |
| 2. Essigsäure. | | | | $(C_2H_5)_2O$, 19,0 mm | | 719,3 | 88,32 |
| R. T. Luft | | 341,5 | 100,00 | Luftleer | | 814,4 | 100,00 |
| $C_2H_4O_2$ 5 mm | | 314,1 | 91,98 | 4. Aethylen. | | | |
| $C_2H_4O_2$, 5,1 mm | | 311,5 | 92,35 | R. T. Luft | | 174,6 | 100,00 |
| R. T. Luft | | 337,3 | 100,00 | C_2H_4 , 751 mm | | 90,3 | 51,74 |
| | | | | R. T. Luft | | 175,4 | 100,45 |

III.

Gährungsbutylalkohol.

| Name und Druck des Dampfes | Aus- schlag | J |
|----------------------------|----------------|--------|
| R. T. Luft | 229,3 | 100,00 |
| $C_4H_{10}O$, 3 mm | 202,4 | 88,27 |

IV.

Gährungsamylalkohol.

| Name und Druck des Dampfes | Aus- schlag | J |
|----------------------------|----------------|--------|
| R. T. Luft | 155,3 | 100,00 |
| $C_5H_{12}O$, unmessbar | 151,2 | 97,36 |

V.

Benzol.

| Name und Druck des Dampfes | Aus- schlag | J |
|----------------------------|----------------|--------|
| R. T. Luft | 279,6 | 100,00 |
| C_6H_6 , 42 mm | 262,3 | 93,81 |

Schlussbemerkungen.

Diese Resultate haben eine besondere Wichtigkeit für die Frage nach der Absorption der Wärmestrahlen der Sonne in der freien Atmosphäre. Seit den Arbeiten Tyndall's hat sich die Meinung eingebürgert, dass der Wasserdampf der absorbirende Theil in der Atmosphäre sei; er würde sowohl die von der Sonne kommenden Strahlen verschlucken, als auch die von der Erde in den Weltenraum gesendeten zurückhalten und so eine Wärmehülle bilden.

Für letzteres ergibt sich aus den Versuchen selbst kein Anhaltspunkt, da die hier in Betracht kommenden Strahlen in den Versuchen offenbar der Messung nicht unterlagen, da sie sämmtlich grösseren Wellenlängen angehören.

Für die Absorption der Sonnenstrahlen durch Wasserdampf glauben wir wenigstens durch folgende Regel ein Urtheil erhalten zu können: Wenn Tyndall für irgend ein Medium bei Anwendung einer Wärmequelle von 270°C. ¹⁾ eine Absorption von x Procent findet, so muss dieselbe Länge desselben Mediums von der Sonnenstrahlung mindestens $x/6$ Procent absorbiren.

Es ist hier natürlich nur eine Schätzung dieses Verhältnisses möglich. Der dunkle Theil der Strahlung reicht nach Draper²⁾ bis zu einer Temperatur von 525°C. Um das Verhältniss der Strahlung von 270 und 525°C. zu finden, bedienen wir uns des Gesetzes der vierten Potenz von Stefan³⁾, welches er auf Grund aller bisher in dieser Richtung gemachten Untersuchungen aufstellte. Es ist dann (die die Strahlung messende Fläche immer von 0°C. genommen): $[(273 + 270)^4 - 273^4] : [(273 + 525)^4 - 273^4]$, das heisst $1:4$.

Wenngleich nun bei einer Erhöhung der Temperatur von 270° auf 525°C. die Strahlung von $1:4$ steigt, so wird ein Theil der vermehrten Strahlung doch durch die Verstärkung der unter 270°C. liegenden Wellenlängen bewirkt, und wir haben daher die Ungleichung, dass mindestens $\frac{1}{4}$ der Strahlung von 525°C. von Wellenlängen bis zu 270°C. hervorgebracht wird.

Was nun noch den leuchtenden Theil der Wärmestrahlung der Sonne betrifft, so nehmen wir nach Müller⁴⁾ an, dass der dunkle Theil nur zweimal so gross sei als der leuchtende. Da aber Wm. W. Jaques⁵⁾ gezeigt hat, dass

1) a. a. O. p. 72.

2) Draper, Phil. Mag. (4) 30. p. 345. 1847.

3) Stefan, Wien. Ber. 79. II. Abth. p. 391. 1879.

4) Müller, Pogg. Ann. 105. p. 543. 1858.

5) Wm. W. Jaques, Proceedings of the Amer. Acad. New series. 6. p. 142. 1879.

von der Temperatur einer schwachen Rothgluth bis zur höchsten Weissgluth die relative spectrale Vertheilung der Strahlung für alle Temperaturen die annähernd gleiche ist, so haben wir in der Gesamtstrahlung der Sonnenwärme mindestens $\frac{1}{4} \times \frac{2}{3}$ der Intensität, hervorgerufen durch Wellenlängen, die Tyndall anwandte.

Dabei lassen wir unberücksichtigt, wie unwahrscheinlich es ist, dass eine Absorption nur in dem untersuchten Theile des Spectrums stattfinde, wodurch die Ungleichung natürlich sehr vergrössert wird.

Nach dieser Begründung des obigen Satzes sind wir vorbereitet für die Besprechung der meteorologischen Arbeiten. Violle¹⁾ fand am Montblanc für die Luftschichte zwischen dem Gipfel und dem Glacier des Bossons eine Absorption von 16 Proc. Der Barometerstand am Gipfel war 430 mm, am Glacier des Bossons 661 mm. Daraus ergibt sich eine auf Atmosphärendruck reducirte absorbirende Luftschicht von 2428 Metern. Benutzt man nun, was für diese Annäherung sicher erlaubt ist, das Absorptionsgesetz zur Berechnung der Absorption für 1 Meter, so ergibt sich:

$$A = E \cdot e^{-dx}.$$

(A bedeutet die austretende, E die einfallende Menge, und d die Schichtendicke in Metern), $x = 0,00007$, und demgemäss für einen 1 Meter $A = 99,9930$, also eine Absorption von 0,007 Proc.

Wenn nun die Messung Tyndall's, dass ein Meter trockne Luft 0,086 Proc.²⁾ absorbire, richtig wäre, so würde die trockne Luft von der Sonnenstrahlung mindestens $0,086 \times \frac{1}{6} = 0,014$ Proc. absorbiren, also müsste die Absorption trockner Luft schon mehr als hinreichen, um die von Violle gefundene Absorption in der Atmosphäre zu erklären!

Diese Luft war aber wasserdampfhaltig. Wenn nun

1) Violle, Compt. rend. 1. p. 662 u. 729. 1876.

2) Diese Zahl ist gerechnet aus Table I. p. 80. Man kann hier nämlich ausnahmsweise Procen te angeben, weil Ammoniak sich als gänzlich schwarz zeigte, die betreffende Zahl 1195 also die Gesamtstrahlung liefert.

noch der Wasserdampf 4—6 Proc. der angewandten Strahlung, also mindestens $\frac{4}{6}$ bis 1 Proc. der Sonnenstrahlung, absorbiren soll, so werden diese Angaben geradezu unverständlich. Allerdings am Montblanc war wenig Wasserdampf in der Luft. Nach einer von Hann¹⁾ gegebenen Formel lässt sich aber das Gewicht desselben annähernd berechnen. Die dazu nöthigen Angaben sind: die Höhendifferenz = 3610 Meter, die Spannung des Wasserdampfes p_0 vom Glacier des Bossons = 5,3 mm (nach Violle's Messung), die Temperatur am Gipfel $t_1 = +1^\circ \text{C.}$, und am Glacier des Bossons $t_2 = +9,5^\circ \text{C.}$ Es ist dann:

$$Q = \frac{0,001\,0582}{1 + \alpha \frac{t_1 + t}{2}} p_0 \cdot 2830 \left(1 - 10^{-\frac{h}{6517}} \right) = 11,3 \text{ kg.}$$

Diese 11 kg vermögen eine Luftschicht von 1040 Kubikmetern zu sättigen bei einer Temperatur von 12°C. , welche Temperatur etwa in Tyndall's Laboratorium geherrscht hatte. Ein Meter dieser Schicht würde nun, wenn alle nachgewiesene Absorption dem Wasserdampfe allein zuzuschreiben wäre, erst 0,017 Proc. absorbiren; diese Zahl wird mit 6 multiplicirt, um dieselbe auf die Versuche Tyndall's anwendbar zu machen, und nun sagen uns die Gleichungen:

$$\begin{aligned} 99,90 &= 100 \cdot e^{-1 \cdot x} \\ 95 &= 100 \cdot e^{-y \cdot x}, \end{aligned}$$

dass, Violle's Messungen als richtig vorausgesetzt, erst bei einer Röhrenlänge y von mindestens 50^3 m durch bei 12° gesättigtem Wasserdampf eine 5 procentige Absorption der Wärmestrahlung eines auf 270°C. erhitzten Körpers stattfinden kann, während Tyndall (auch in geringerem Grade Hoorweg) dieselbe Absorption bei 1,22 m Länge findet.

Nach dem Gesagten ist klar, dass einstweilen eine definitive Lösung der Frage nach dem eigentlichen Absorbens in unserer Atmosphäre noch nicht gegeben werden kann,

1) Hann, Zeitschr. der österr. Gesellsch. für Meteor. 9. p. 311. 1874.

2) Aus Verschen steht in der vorläufigen Anzeige dieser Arbeit hier die Zahl 300.

umsomehr, da der Kohlensäuregehalt der Luft¹⁾ und auch all' die organischen pflanzlichen und thierischen Organismen, welche in der Atmosphäre schweben, bei Beurtheilung dieses Gegenstandes von Einfluss sein werden.

Eine abschliessende Entscheidung würde erst dann erfolgen, wenn die Absorptionen für verschiedene Theile des Spectrums bekannt wären.

Denn die Absorptionen, wie sie bis jetzt gemessen wurden, werden ja zusammengesetzt aus sehr vielen, sich möglicherweise compensirenden Summanden. Aus diesem Grunde sind die Resultate in physikalischer Hinsicht nicht anwendbar zur Erklärung irgend welcher molecularer Zustände der Körper, und wird man in Zukunft die Untersuchung über Absorptionsspectra auch einmal aufs Gebiet der Wärmestrahlung übertragen müssen.

Diese Ueberlegungen veranlassen uns auch, den von uns in vorliegender Arbeit constatirten Beziehungen zwischen chemischer Zusammensetzung und Absorption wenig Werth beizulegen.

Dazu kommt, dass eine Vergleichung der Absorptionsfähigkeit der verschiedenen Stoffe nur bei gleichem Drucke möglich wäre. Wir wählten, da, wie bereits gesagt, in keinem der untersuchten Fälle sich eine regelmässige Beziehung zwischen Druck und Absorption herausstellte, ein graphisches Verfahren, indem wir den Druck als Abscisse und die Absorption als Ordinate auftrugen. Hiernach würde sich das Absorptionsvermögen der untersuchten Stoffe aus der Fettreihe (annähernd gleiche Anzahl der Molecüle vorausgesetzt) für die Strahlung einer Wärmequelle von 100° C etwa folgendermassen gestalten:

- I. Methylalkohol, Ameisensäure, Kohlenoxyd, Kohlen-
säure, Chloroform;
- II. Aethylalkohol (Essigsäure), Aethyläther, Aethylen;
- III. Butylalkohol;
- IV. Amylalkohol.

1) Inzwischen legte einer der Verfasser, Ernst Lecher, der kaiserl. Academie der Wissenschaften am 4. Nov. v. J. eine Arbeit vor, worin die Kohlensäure unserer Atmosphäre als eigentliches Absorbens der Sonnenstrahlung dargestellt wird.

Während bei den in einer Zeile stehenden Stoffen uns die Absorption sich so ziemlich gleich zeigte, mit Ausnahme der wahrscheinlich nicht ganz reinen Essigsäure, steigt dieselbe sehr schnell mit wachsendem Kohlenstoffgehalte; und zwar scheint die Absorption hauptsächlich abzuhängen von der Anzahl der unmittelbar durch einfache Verkettung mit einander verbundenen Kohlenstoffatome, da beispielsweise Benzol, trotz seiner sechs Kohlenstoffatome, wohl infolge der innigeren Verbindung derselben ein sehr geringes Absorptionsvermögen verräth.

Doch mögen alle diese Beziehungen nur zufällige sein; erst eine spectrale Untersuchung der Absorptionsverhältnisse wird im Stande sein, uns wirklichen Aufschluss zu geben über die Schwingungsarten der Atome. Die ganz ausserordentliche Schwierigkeit einer derartigen Untersuchung würde reichlich vergolten durch Erzielung quantitativer Resultate, während das entsprechende optische Gebiet — unvergleichlich leichter — stets mehr qualitativer Natur bleiben wird.

Wien, physikalisches Institut.

III. *Neue Untersuchungen über die Newton'schen Ringe; von L. Sohncke und A. Wangerin.*

(Fortsetzung von p. 40.)

Abchnitt II.

Theorie.

§ 5. Erklärungsprincip.

Bei der bisherigen Erklärung der Newton'schen Ringe hat man sich damit begnügt, das auf die Lamelle auffallende Licht als von einem einzigen leuchtenden Punkte ausgehend anzunehmen, der in endlicher oder (gewöhnlich) in unendlicher Entfernung lag. Von einfallenden Strahlen geht bei dieser Annahme durch jeden Punkt des Raumes nur je einer,

und die Erscheinung der Ringe kommt, wenn wir zunächst von wiederholten Reflexionen im Innern der Lamelle absehen, durch je zwei interferirende Strahlen zu Stande. Diese bisherige angenäherte Vorstellung reicht zur Erklärung der im ersten Abschnitt beschriebenen Beobachtungen nicht aus, sondern man muss darauf Rücksicht nehmen, dass die Lichtquelle stets ausgedehnt ist, und jeder ihrer Punkte in gleicher Weise zur Geltung kommt. Durch jeden Punkt des Raumes geht infolge dessen nicht nur ein einfallender Strahl, sondern unendlich viele, und bei der Entstehung der Ringe kommt es nicht auf die Interferenz zweier einzelnen Strahlen an, sondern auf die Interferenz unendlich vieler Complexe von je zwei Strahlen. Natürlich kommen nur solche Strahlen zur Interferenz, die von demselben Punkte der Lichtquelle ausgegangen sind. Das Gesagte bleibt auch richtig, wenn das auffallende Licht durch eine Linse parallel gemacht ist. Nur die vom Brennpunkte selbst ausgehenden Strahlen werden parallel zur Axe. Da aber die Lichtquelle nicht ein Punkt ist, so werden die den Brennpunkt der Linse umgebenden leuchtenden Punkte Strahlenbündel von anderen Richtungen ergeben. In dem auffallenden Lichte werden also neben den zur Axe parallelen Strahlen noch Strahlen von allen möglichen sehr nahen Richtungen vorhanden sein; und erst das Zusammenwirken aller erklärt die Erscheinung vollständig.

Die Ausdehnung der Lichtquelle ist zur Erklärung der durch ein keilförmiges Blättchen hervorgebrachten Interferenzerscheinungen schon von Hrn. Feussner herangezogen. Aber die Art und Weise, wie Hr. Feussner diesen Gedanken weiter verwerthet, scheint uns viel zu verwickelt und führt, wie wir glauben, nicht zu richtigen Resultaten (vergl. den Anhang). Zunächst ist es unnöthig, wie Hr. Feussner es thut, die nach dem Durchgang durch eine Sammellinse auf einem Schirm stattfindende Interferenz zu untersuchen. Es genügt vollkommen, den Vorgang in demjenigen Punkte ins Auge zu fassen, auf welchen das Beobachtungsmikroskop eingestellt, resp. das Auge accommodirt ist. Denn zwei von einem Punkte ausgehende Strahlen

haben bei ihrer Vereinigung auf dem auffangenden Schirm (resp. der Netzhaut) dieselbe Phasendifferenz, die sie in jenem Punkte hatten. Weiter unterscheidet sich die hier zu gebende Darstellung völlig von der des Hrn. Feussner durch das Princip, nach dem das Zusammenwirken der in einen Punkt der Netzhaut gelangenden Strahlen in Rechnung gezogen und damit die Frage beantwortet wird, auf welchen Punkt das Beobachtungsinstrument einzustellen ist, um die Interferenzerscheinung möglichst deutlich zu sehen. Für die Beantwortung dieser Frage glauben wir ein sehr einfaches, natürliches und übersichtliches Princip gefunden zu haben. Um dasselbe deutlich zu machen, ist es nöthig, den Gedankengang der Entwicklung kurz darzulegen.

Die Lamelle, durch welche die Ringe erzeugt werden, werde dadurch hergestellt, dass eine planparallele Platte auf eine convexe Linse gelegt wird. Der Einfachheit halber gehen wir zuerst von der Annahme aus, dass auf die Oberfläche der planparallelen Platte ein Bündel rein paralleler, einfarbiger Strahlen fällt. Diese Strahlen werden zunächst (Taf. I Fig. 6) an der Fläche UU in die planparallele Platte hineingebrochen. Die Reflexion an UU kommt für die Erscheinung nicht in Betracht; auch wird das an UU reflectirte Licht bei der Beobachtung abgeblendet. Innerhalb der Glasplatte werden die parallelen Strahlen theils an VV , der Vorderfläche der Lamelle, reflectirt und nachher an UU wieder in die Luft zurückgebrochen; theils treten sie in die Lamelle ein, werden an der Kugel reflectirt, an VV in die Platte, endlich an UU in die Luft zurückgebrochen. Oberhalb UU haben wir jetzt zwei Systeme von Strahlen, die ins Auge gelangen, 1) die an VV reflectirten, untereinander parallelen Strahlen, 2) die aus der Lamelle getretenen, die miteinander und mit den vorigen kleine Winkel bilden. Durch jeden Punkt des Raumes geht, nöthigenfalls rückwärts verlängert, im allgemeinen je ein Strahl des einen und einer des anderen Systems dieser oberhalb UU verlaufenden Strahlen; ihre Interferenz ist zu untersuchen. Betrachten wir einen Punkt F unterhalb der Fläche UU , so findet in ihm kein wirklicher Schnitt zweier Strahlen statt; sondern zwei Strahlen.

die ursprünglich parallel waren, und von denen der eine den Weg $L_1 A_1 B_1 E_1 G_1$, der andere den Weg $L A B C D E G$ (Taf. I Fig. 6) zurückgelegt hat, schneiden sich, rückwärts verlängert, in F . Stellt man das Beobachtungsmikroskop oder das Auge auf den Punkt F ein, so werden diese beiden Strahlen auf der Netzhaut vereinigt; und sie kommen dort mit derselben Phasendifferenz an, die sie in F entweder wirklich hatten, wenn F oberhalb UU , oder haben würden, falls, wie in der Figur, F unterhalb UU liegt. Im ersten Falle ist F ein reeller, im zweiten Falle ein virtueller Schnittpunkt. Mehr als zwei aus der planparallelen Platte austretende Strahlen gehen bei der bisherigen Annahme, dass rein paralleles Licht einfällt, und da wir vorläufig von wiederholten Reflexionen innerhalb der Lamelle abstrahiren, durch keinen Punkt F . Mehr Strahlen also können sich auch, wenn das Mikroskop auf F eingestellt ist, zunächst nicht in einem Punkte der Netzhaut vereinigen. Für die beiden in Rede stehenden Strahlen suchen wir nun die Phasendifferenz und drücken dieselbe durch die Coordinaten des Punktes F und den Einfallswinkel aus. Dann ergibt sich leicht, für welche Punkte F die Intensität ein Maximum oder Minimum ist. Nimmt man F dort an, wo das Bild der Fläche VV nach der Brechung an UU erscheint, so ergibt diese Betrachtung die Theorie genau in der Form, wie einer von uns sie 1867 auseinander gesetzt. Für die eben genannte Beschränkung der Lage von F ist indess kein hinreichender Grund vorhanden. Bei beliebiger Lage von F aber müsste man die Erscheinung der Ringe in jeder Entfernung von UU und (wenigstens innerhalb gewisser Grenzen) stets mit der gleichen Deutlichkeit sehen. Dem widersprechen die Beobachtungen, welche lehren, dass man das Mikroskop auf einen bestimmten Punkt einstellen muss, um die Ringe deutlich zu sehen. Die bisherige Erklärung der Ringe ist daher keine genügende, und der Grund dafür liegt in der Annahme, dass das einfallende Strahlenbündel aus rein parallelen Strahlen besteht.

Wir verlassen daher jetzt diese Annahme und setzen statt dessen voraus, in dem einfallenden Strahlenbündel

seien Strahlen von allen möglichen Richtungen vorhanden derart, dass durch jeden Punkt unendlich viele einfallende Strahlen gehen. Oder, was auf dasselbe hinauskommt, statt einer einzigen ebenen Welle nehmen wir an, dass unendlich viele ebene Wellen auf die Lamelle fallen. Zieht man durch einen Punkt des Raumes zu allen Wellennormalen Parallele, so werden dieselben einen gewissen Kegelraum continuirlich erfüllen. Diese Annahme wird, falls die Lichtquelle der Lamelle nicht zu nahe ist, der Wirklichkeit stets genügend nahe kommen, auch wenn das einfallende Licht nicht durch eine Linse (annähernd) parallel gemacht ist. Die Oeffnung des genannten Kegels wird nur mit der Entfernung und Grösse der Lichtquelle variiren.

Jetzt gehen von dem Punkte F nicht zwei Strahlen aus, sondern unendlich viele. Interferiren können aber nur solche Strahlen, die aus derselben einfallenden Wellenebene entstanden sind, und aus jeder einzelnen Wellenebene erhalten wir nur zwei Strahlen. Von F gehen daher unendlich viel Strahlenpaare aus derart, dass die Strahlen eines Paares untereinander interferiren. Betrachten wir nun zwei beliebige der interferirenden Strahlenpaare, so wird im allgemeinen die Phasendifferenz des einen Paares nicht dieselbe sein, wie die des anderen. Gibt das eine Paar in F ein Minimum der Intensität, so braucht dies bei dem anderen Paare nicht der Fall zu sein. Die Interferenz wird daher, je nach der Wahl des Punktes F , auf den das Mikroskop eingestellt ist, mehr oder weniger deutlich erscheinen. Damit entsteht die Frage: für welche Punkte F wird die Interferenz am deutlichsten?

Beobachtet man den Punkt F durch ein Mikroskop, so werden die von F ausgehenden Strahlen auf ihrem ganzen Wege ins Auge symmetrisch rings um die Mikroskopaxe liegen. Man wird daher vor allem die Mikroskopaxe ins Auge zu fassen haben. Längs dieser Axe gehen nun zwei Strahlen von F aus, von denen der eine nur an VV , der Vorderfläche der Lamelle, der andere innerhalb der Lamelle an der Kugel reflectirt ist. Diese beiden Strahlen, die wir die zu F gehörigen Hauptstrahlen nennen wollen, interferiren

die ursprünglich parallel waren, und von denen der eine den Weg $L_1 A_1 B_1 E_1 G_1$, der andere den Weg $L A B C D E G$ (Taf. I Fig. 6) zurückgelegt hat, schneiden sich, rückwärts verlängert, in F . Stellt man das Beobachtungsmikroskop oder das Auge auf den Punkt F ein, so werden diese beiden Strahlen auf der Netzhaut vereinigt; und sie kommen dort mit derselben Phasendifferenz an, die sie in F entweder wirklich hatten, wenn F oberhalb UU , oder haben würden, falls, wie in der Figur, F unterhalb UU liegt. Im ersten Falle ist F ein reeller, im zweiten Falle ein virtueller Schnittpunkt. Mehr als zwei aus der planparallelen Platte austretende Strahlen gehen bei der bisherigen Annahme, dass rein paralleles Licht einfällt, und da wir vorläufig von wiederholten Reflexionen innerhalb der Lamelle abstrahiren, durch keinen Punkt F . Mehr Strahlen also können sich auch, wenn das Mikroskop auf F eingestellt ist, zunächst nicht in einem Punkte der Netzhaut vereinigen. Für die beiden in Rede stehenden Strahlen suchen wir nun die Phasendifferenz und drücken dieselbe durch die Coordinaten des Punktes F und den Einfallswinkel aus. Dann ergibt sich leicht, für welche Punkte F die Intensität ein Maximum oder Minimum ist. Nimmt man F dort an, wo das Bild der Fläche VV nach der Brechung an UU erscheint, so ergibt diese Betrachtung die Theorie genau in der Form, wie einer von uns sie 1867 auseinander gesetzt. Für die eben genannte Beschränkung der Lage von F ist indess kein hinreichender Grund vorhanden. Bei beliebiger Lage von F aber müsste man die Erscheinung der Ringe in jeder Entfernung von UU und (wenigstens innerhalb gewisser Grenzen) stets mit der gleichen Deutlichkeit sehen. Dem widersprechen die Beobachtungen, welche lehren, dass man das Mikroskop auf einen bestimmten Punkt einstellen muss, um die Ringe deutlich zu sehen. Die bisherige Erklärung der Ringe ist daher keine genügende, und der Grund dafür liegt in der Annahme, dass das einfallende Strahlenbündel aus rein parallelen Strahlen besteht.

Wir verlassen daher jetzt diese Annahme und setzen statt dessen voraus, in dem einfallenden Strahlenbündel

seien Strahlen von allen möglichen Richtungen vorhanden derart, dass durch jeden Punkt unendlich viele einfallende Strahlen gehen. Oder, was auf dasselbe hinauskommt, statt einer einzigen ebenen Welle nehmen wir an, dass unendlich viele ebene Wellen auf die Lamelle fallen. Zieht man durch einen Punkt des Raumes zu allen Wellennormalen Parallele, so werden dieselben einen gewissen Kegelraum continuirlich erfüllen. Diese Annahme wird, falls die Lichtquelle der Lamelle nicht zu nahe ist, der Wirklichkeit stets genügend nahe kommen, auch wenn das einfallende Licht nicht durch eine Linse (annähernd) parallel gemacht ist. Die Oeffnung des genannten Kegels wird nur mit der Entfernung und Grösse der Lichtquelle variiren.

Jetzt gehen von dem Punkte F nicht zwei Strahlen aus, sondern unendlich viele. Interferiren können aber nur solche Strahlen, die aus derselben einfallenden Wellenebene entstanden sind, und aus jeder einzelnen Wellenebene erhalten wir nur zwei Strahlen. Von F gehen daher unendlich viel Strahlenpaare aus derart, dass die Strahlen eines Paares untereinander interferiren. Betrachten wir nun zwei beliebige der interferirenden Strahlenpaare, so wird im allgemeinen die Phasendifferenz des einen Paares nicht dieselbe sein, wie die des anderen. Gibt das eine Paar in F ein Minimum der Intensität, so braucht dies bei dem anderen Paare nicht der Fall zu sein. Die Interferenz wird daher, je nach der Wahl des Punktes F , auf den das Mikroskop eingestellt ist, mehr oder weniger deutlich erscheinen. Damit entsteht die Frage: für welche Punkte F wird die Interferenz am deutlichsten?

Beobachtet man den Punkt F durch ein Mikroskop, so werden die von F ausgehenden Strahlen auf ihrem ganzen Wege ins Auge symmetrisch rings um die Mikroskopaxe liegen. Man wird daher vor allem die Mikroskopaxe ins Auge zu fassen haben. Längs dieser Axe gehen nun zwei Strahlen von F aus, von denen der eine nur an VV , der Vorderfläche der Lamelle, der andere innerhalb der Lamelle an der Kugel reflectirt ist. Diese beiden Strahlen, die wir die zu F gehörigen Hauptstrahlen nennen wollen, interferiren

nicht mit einander, da sie nicht aus derselben einfallenden Wellenebene entstanden sind. Vielmehr bildet der an VV reflectirte Hauptstrahl mit einem anderen der aus der Lamelle getretenen Strahlen ein interferirendes Paar; und dem aus der Lamelle kommenden Hauptstrahl gehört wieder ein anderer, nur an VV reflectirter, als zweiter des interferirenden Paares zu. Die beiden Hauptstrahlen gehören also zu zwei verschiedenen der interferirenden Strahlenpaare; und diese beiden Paare sollen die Hauptpaare heissen. Als natürlichstes Princip für das Zusammenwirken aller Strahlenpaare bietet sich nun dies dar, dass die Hauptpaare in gleicher Weise berücksichtigt werden. Es wird also angenommen, dass die Interferenz dann am deutlichsten ist, wenn die Strahlen des einen Hauptpaares genau dieselbe Wegdifferenz besitzen, wie die des anderen. Bestimmt man nach diesem Princip die Orte der Minima, so erhält man zwei Gleichungen zwischen den drei Coordinaten derjenigen Punkte F , für welche die Minima stattfinden; und durch diese Gleichungen finden alle im ersten Abschnitt der Arbeit mitgetheilten Beobachtungen ihre Erklärung. Ferner ergibt sich leicht, dass die Berücksichtigung von wiederholten Reflexionen innerhalb der Lamelle in den so bestimmten Interferenzorten keine Aenderung hervorbringt. Fragt man endlich nach dem Einfluss der übrigen interferirenden Strahlenpaare, so ergibt sich, dass, wenn der Punkt F in der durch das Centrum der Ringe gelegten Einfallsebene liegt, die übrigen Paare sich genau so verhalten, wie die Hauptpaare. Für alle anderen Lagen von F ist jedoch das Verhalten der anderen Paare ein anderes; und in diesem Umstande ist der Grund dafür zu suchen, dass für Punkte ausserhalb der genannten Ebene die Interferenzerscheinung viel weniger deutlich ist, als in jener Ebene.

§ 6. Entwicklung der Grundformeln.

Für die folgende Rechnung wird ein rechtwinkliges Coordinatensystem zu Grunde gelegt, dessen Anfangspunkt der Berührungspunkt O der Kugel und der Ebene VV ist (Taf. I Fig 6). Jene Ebene selbst sei die Ebene $\xi\eta$; die

Axen ξ und η seien vorläufig beliebig in dieser Ebene gelegen. Später werden wir zur Vereinfachung als ξ -Axe die Projection des in O reflectirten Hauptstrahls auf die Ebene VV nehmen. Ferner sei die positive ξ -Axe von O nach der Lichtquelle hingerrichtet; die positive ζ -Axe endlich gehe von O nach oben.

Auf die Fläche UU falle zunächst ein Bündel paralleler Strahlen, und es möge das vom Anfangspunkte O auf eine einfallende Wellenebene gefällte Loth die Richtungscosinus $+\alpha$, $+\beta$, $+\gamma$ haben. Die Richtungscosinus der einfallenden Strahlen (in der Richtung von L nach A gerechnet) sind dann $-\alpha$, $-\beta$, $-\gamma$. Nach der Brechung an UU haben die parallelen Strahlen innerhalb der planparallelen Platte die Richtungscosinus $-\alpha_1$, $-\beta_1$, $-\gamma_1$, wo:

$$(1) \quad \alpha_1 = \frac{1}{n} \alpha, \beta_1 = \frac{1}{n} \beta, \gamma_1 = \frac{1}{n} \sqrt{n^2 - 1 + \gamma^2}$$

ist. Hierin ist n der Brechungsindex jener Platte, deren Dicke mit d bezeichnet werde.

Die direct von VV reflectirten Strahlen (wie $B_1 E_1$ der Fig. 6 Taf. I) haben die Richtungscosinus $-\alpha_1$, $-\beta_1$, $+\gamma_1$, die in die Luft zurückgebrochenen $E_1 G_1$ die Cosinus $-\alpha$, $-\beta$, $+\gamma$. Die an VV in die Lamelle hineingebrochenen Strahlen (BC) haben die Cosinus $-\alpha$, $-\beta$, $-\gamma$. Die Richtungscosinus des in C an der Kugel reflectirten Strahles CD ferner bezeichnen wir mit $-\alpha'$, $-\beta'$, $+\gamma'$, die Richtungscosinus seiner Fortsetzung DE in der planparallelen Platte mit $-\alpha_1'$, $-\beta_1'$, $+\gamma_1'$, sodass:

$$(1a) \quad \alpha_1' = \frac{1}{n} \alpha', \beta_1' = \frac{1}{n} \beta', \gamma_1' = \frac{1}{n} \sqrt{n^2 - 1 + \gamma'^2}$$

ist. Endlich hat EG die Richtungscosinus $-\alpha'$, $-\beta'$, $+\gamma'$.

Während α , β , γ und α_1 , β_1 , γ_1 für alle Strahlen des gegebenen Bündels dieselben Werthe haben, hängen die Werthe von α' , β' , γ' , α_1' , β_1' , γ_1' von der Lage desjenigen Punktes C ab, in dem diese Strahlen an der Kugel reflectirt sind. Die Lage von C sei bestimmt durch seine sphärischen Coordinaten φ , ψ , wobei die ξ -Axe zur Polaraxe des sphärischen Coor-

dinatensystems genommen ist. Dann sind die Richtungsco-
sinus der von C nach aussen gezogenen Normale:

$$\sin \varphi \cos \psi, \sin \varphi \sin \psi, \cos \varphi.$$

Einfache Betrachtungen der sphärischen Trigonometrie
ergeben nun für α', β', γ' die folgenden Werthe:

$$(2) \quad \begin{cases} \alpha' = \alpha - 2 U \sin \varphi \cos \psi, \\ \beta' = \beta - 2 U \sin \varphi \sin \psi, \\ \gamma' = -\gamma + 2 U \cos \varphi, \\ U = \alpha \sin \varphi \cos \psi + \beta \sin \varphi \sin \psi + \gamma \cos \varphi. \end{cases}$$

Wir betrachten nach diesen Vorbereitungen einen be-
stimmten Punkt F , dessen Coordinaten ξ, η, ζ seien, und
fassen diejenigen beiden Strahlen ins Auge, die durch F
gehen oder (wie in der Figur) rückwärts verlängert durch F
gehen würden (FEG und FE_1G_1 der Fig. 6 Taf. I). Wir
haben die Wegdifferenz dieser Strahlen zu berechnen und
durch ξ, η, ζ auszudrücken. Zu dem Zwecke ist zunächst die
Beziehung zwischen den Coordinaten ξ, η, ζ und den sphäri-
schen Coordinaten φ, ψ desjenigen Punktes C zu entwickeln,
in welchem FEG an der Kugel reflectirt war. Die recht-
winkligen Coordinaten ξ_1, η_1, ζ_1 des Punktes C sind, durch φ
und ψ ausgedrückt:

$$\begin{aligned} \xi_1 &= r \sin \varphi \cos \psi, & \eta_1 &= r \sin \varphi \sin \psi, \\ \zeta_1 &= -r + r \cos \varphi = -2r \sin^2 \frac{\varphi}{2}, \end{aligned}$$

wenn r der Radius der Kugel ist. Daraus folgt zunächst
für die Länge von CD :

$$\frac{2r \sin^2 \frac{\varphi}{2}}{\gamma'},$$

während die Länge von $DE = \frac{d}{\gamma_1}$, die von $EF = \pm \frac{(d-\zeta)}{\gamma}$
ist. Mit Hülfe dieser Längen und der Richtungsco-
sinus kann man, vom Punkte F ausgehend, leicht die Coordinaten
der Punkte E, D, C berechnen; und so erhält man für die
Coordinaten ξ_1, η_1 des Punktes C noch folgenden zweiten
Ausdruck, der sich nicht ändert, wenn auch F oberhalb UU liegt:

$$(3) \quad \begin{cases} \xi_1 = \xi - \frac{\alpha'}{\gamma} (d - \zeta) + \frac{\alpha'_1}{\gamma_1} d + 2 \frac{\alpha'}{\gamma} r \sin^2 \frac{\varphi}{2}, \\ \eta_1 = \eta - \frac{\beta'}{\gamma} (d - \zeta) + \frac{\beta'_1}{\gamma_1} d + 2 \frac{\beta'}{\gamma} r \sin^2 \frac{\varphi}{2}. \end{cases}$$

Setzt man die beiden Ausdrücke für ξ_1 einander gleich, desgleichen die für η_1 , so ergibt sich die gesuchte Beziehung. Sie ist:

$$(4) \quad \begin{cases} \xi - \frac{\alpha'}{\gamma'}(d - \zeta) + \frac{\alpha_1'}{\gamma_1'}d + 2 \frac{\alpha'}{\gamma'} r \sin^2 \frac{\varphi}{2} = r \sin \varphi \cos \psi, \\ \eta - \frac{\beta'}{\gamma'}(d - \zeta) + \frac{\beta_1'}{\gamma_1'}d + 2 \frac{\beta'}{\gamma'} r \sin^2 \frac{\varphi}{2} = r \sin \varphi \sin \psi. \end{cases}$$

Hierin setze man für $\alpha', \beta', \gamma', \alpha_1', \beta_1', \gamma_1'$ ihre Werthe aus (2), resp. (1a) und entwickle nach Potenzen von φ . Dabei werde noch φ^2 beibehalten. Die weiteren Glieder zu vernachlässigen, ist sicher gestattet, da ja die Erfahrung lehrt, dass nur solche Punkte C der Kugel in Betracht kommen, die dem Punkte O sehr nahe liegen. Die Grösse $\frac{d}{r}$ wird dabei als von derselben Ordnung mit φ aufgefasst, was wohl immer zulässig ist; bei den meisten Beobachtungen war ungefähr $\frac{d}{r} = \frac{1}{420}$. Die Gleichungen (4) gehen dadurch in die folgenden über:

$$(4a) \quad \begin{cases} r \varphi \cos \psi = u + 2 \varphi \cos \psi (\delta_1 - \zeta) \\ + 2 \frac{\alpha}{\gamma} \left(\frac{\alpha}{\gamma} \varphi \cos \psi + \frac{\beta}{\gamma} \varphi \sin \psi \right) (\delta_2 - \zeta) + \frac{1}{2} \frac{\alpha}{\gamma} r \varphi^2, \\ r \varphi \sin \psi = v + 2 \varphi \sin \psi (\delta_1 - \zeta) \\ + 2 \frac{\beta}{\gamma} \left(\frac{\alpha}{\gamma} \varphi \cos \psi + \frac{\beta}{\gamma} \varphi \sin \psi \right) (\delta_2 - \zeta) + \frac{1}{2} \frac{\beta}{\gamma} r \varphi^2. \end{cases}$$

Dabei ist zur Abkürzung gesetzt:

$$(5) \quad \begin{cases} \delta_1 = d \left[1 - \frac{1}{n} \frac{\gamma}{\gamma_1} \right], \quad \delta_2 = d \left[1 - \frac{1}{n^3} \frac{\gamma^3}{\gamma_1^3} \right], \\ u = \xi + \frac{\alpha}{\gamma} (\zeta - \delta_1), \quad v = \eta + \frac{\beta}{\gamma} (\zeta - \delta_1). \end{cases}$$

Die Gleich. (4a) und (5) lehren, dass, da $\frac{\delta_1}{r}$ und $\frac{\delta_2}{r}$ von derselben Ordnung mit der kleinen Grösse $\frac{d}{r}$, daher auch mit φ sind, in erster Näherung:

$$\varphi \cos \psi = \frac{u}{r}, \quad \varphi \sin \psi = \frac{v}{r}$$

ist. $\frac{u}{r}$ und $\frac{v}{r}$ sind daher auch mit $\frac{d}{r}$ von derselben Grössenordnung. Als weitere Näherung ergibt sich:

$$(6) \quad \begin{cases} \varphi \cos \psi = \frac{u}{r} + 2 \frac{u}{r} \frac{\delta_1 - \zeta}{r} + 2 \frac{\alpha}{\gamma} \left(\frac{\alpha}{\gamma} \frac{u}{r} + \frac{\beta}{\gamma} \frac{v}{r} \right) \frac{\delta_2 - \zeta}{r} + \frac{1}{4} \frac{\alpha}{\gamma} \frac{u^2 + v^2}{r^2} \\ \varphi \sin \psi = \frac{v}{r} + 2 \frac{v}{r} \frac{\delta_1 - \zeta}{r} + 2 \frac{\beta}{\gamma} \left(\frac{\alpha}{\gamma} \frac{u}{r} + \frac{\beta}{\gamma} \frac{v}{r} \right) \frac{\delta_2 - \zeta}{r} + \frac{1}{4} \frac{\beta}{\gamma} \frac{u^2 + v^2}{r^2} \end{cases}$$

und diese Werthe sind genau bis auf Glieder dritter Ordnung der Grössen $\frac{u}{r}, \frac{v}{r}, \frac{\delta_1}{r}, \frac{\delta_2}{r}$.

Wir gehen nunmehr dazu über, die Wegdifferenz der beiden in F interferirenden Strahlen zu ermitteln. Construiren wir eine beliebige Wellenebene der einfallenden Welle, LL_1 , so legt der eine Strahl in Luft den Weg $LA + BC + CD \pm EF$ zurück, in Glas $AB + DE$, der andere Strahl den Weg $L_1A_1 \pm E_1F$ in Luft, $A_1B_1 + B_1E_1$ in Glas. Dabei gilt das obere Zeichen, wenn F oberhalb, das untere Zeichen, wenn F unterhalb der Ebene UU liegt. Die Wegdifferenz A_1 beider Strahlen, auf Luft bezogen, ist daher:

$$(7) \quad \begin{cases} A_1 = BC + CD \pm (EF - E_1F) - (L_1A_1 - LA) \\ \quad + n(AB + DE - A_1B_1 - B_1E_1). \end{cases}$$

$L_1A_1 - LA$ berechnet man leicht folgendermassen: eine beliebige Wellenebene der einfallenden Welle ist, wenn Ξ, H, Z die laufenden Coordinaten sind:

$$\alpha \Xi + \beta H + \gamma Z - l = 0.$$

Die Coordinaten von A seien ξ_2, η_2, ζ_2 , die von A_1 ξ_3, η_3, ζ_3 . Dann sind die von A und A_1 auf jene Wellenebene gefällten Lothe:

$$LA = l - \alpha \xi_2 - \beta \eta_2 - \gamma \zeta_2, \quad L_1A_1 = l - \alpha \xi_3 - \beta \eta_3 - \gamma \zeta_3.$$

$$\text{Es ist aber:} \quad \zeta_3 = \zeta_2 = d,$$

$$\xi_2 = \xi_1 + 2 \frac{\alpha}{\gamma} r \sin^2 \frac{\varphi}{2} + \frac{\alpha_1}{\gamma_1} d, \quad \xi_3 = \xi - \frac{\alpha}{\gamma} (d - \zeta) + 2 \frac{\alpha_1}{\gamma_1} d,$$

$$\eta_2 = \eta_1 + 2 \frac{\beta}{\gamma} r \sin^2 \frac{\varphi}{2} + \frac{\beta_1}{\gamma_1} d, \quad \eta_3 = \eta - \frac{\beta}{\gamma} (d - \zeta) + 2 \frac{\beta_1}{\gamma_1} d.$$

Mithin wird:

$$\begin{aligned} L_1A_1 - LA &= \alpha(\xi_1 - \xi) + \beta(\eta_1 - \eta) \\ &+ \frac{1-\gamma^2}{\gamma} \left[2r \sin^2 \frac{\varphi}{2} + d - \zeta \right] - \frac{\alpha \alpha_1 + \beta \beta_1}{\gamma_1} d. \end{aligned}$$

Ferner ist:

$$BC + CD = 2r \sin^2 \frac{\varphi}{2} \left(\frac{1}{\gamma} + \frac{1}{\gamma'} \right),$$

$$\pm (EF - E_1F) = - (d - \zeta) \left(\frac{1}{\gamma'} - \frac{1}{\gamma} \right),$$

$$AB = A_1B_1 = B_1E_1 = \frac{d}{\gamma_1}, \quad DE = \frac{d}{\gamma_1}.$$

Durch Einsetzen dieser Ausdrücke, sowie der Werthe (3) für ξ_1, η_1 nimmt die Wegdifferenz folgende Form an:

$$(7a) \quad \left\{ \begin{aligned} A_1 &= 2r \sin^2 \frac{\varphi}{2} \left\{ \gamma + \frac{1 - \alpha\alpha' - \beta\beta'}{\gamma'} \right\} + (d - \zeta) \left\{ \gamma - \frac{1 - \alpha\alpha' - \beta\beta'}{\gamma'} \right\} \\ &+ d \left\{ \frac{\alpha\alpha_1 + \beta\beta_1}{\gamma_1} - \frac{\alpha\alpha'_1 + \beta\beta'_1}{\gamma'_1} + n \left(\frac{1}{\gamma_1} - \frac{1}{\gamma'_1} \right) \right\}. \end{aligned} \right.$$

Entwickelt man alle hierin vorkommenden Glieder nach Potenzen von φ , so ist die niedrigste übrig bleibende Potenz die zweite. Behält man noch die Glieder der nächst höheren Ordnung bei, so ergibt sich der folgende, bis auf Glieder vierter Ordnung genaue Werth:

$$(7b) \quad \left\{ \begin{aligned} A_1 &= r\gamma\varphi^2 - 2\gamma\varphi^3(\delta_1 - \zeta) \\ &- 2\gamma \left\{ \frac{\alpha}{\gamma} \varphi \cos \psi + \frac{\beta}{\gamma} \varphi \sin \psi \right\}^2 (\delta_2 - \zeta). \end{aligned} \right.$$

Darin haben δ_1 und δ_2 die frühere Bedeutung (Gl. 5).

Mit Hülfe der Gleichungen (6) kann man nunmehr die Wegdifferenz unmittelbar durch die Coordinaten ξ, η, ζ des Punktes F ausdrücken und findet (bis auf Glieder vierter Ordnung ausschliesslich):

$$(8) \quad \left\{ \begin{aligned} A_1 &= \frac{\gamma}{r} \left\{ u^2 + v^2 + 2(u^2 + v^2) \frac{\delta_1 - \zeta}{r} \right. \\ &+ 2 \left(\frac{\alpha}{\gamma} u + \frac{\beta}{\gamma} v \right)^2 \frac{\delta_2 - \zeta}{r} + \left(\frac{\alpha}{\gamma} \frac{u}{r} + \frac{\beta}{\gamma} \frac{v}{r} \right) (u^2 + v^2) \left. \right\}, \end{aligned} \right.$$

wo u, v wieder die in (5) angegebene Bedeutung haben.

In dem eben entwickelten Ausdruck ist A_1 durch α, β, γ und die Coordinaten ξ, η, ζ von F ausgedrückt. Statt dessen hätte man auch A_1 durch α', β', γ' und ξ, η, ζ ausdrücken können. Dann hätte man durch eine der obigen analoge Entwicklung das folgende Resultat erhalten:

$$(8a) \quad \left\{ \begin{aligned} A_1 &= \frac{\gamma'}{r} \left\{ u'^2 + v'^2 - 2(u'^2 + v'^2) \frac{\delta'_1 - \zeta}{r} \right. \\ &- 2 \left(\frac{\alpha'}{\gamma'} u' + \frac{\beta'}{\gamma'} v' \right)^2 \frac{\delta'_2 - \zeta}{r} - \left(\frac{\alpha'}{\gamma'} \frac{u'}{r} + \frac{\beta'}{\gamma'} \frac{v'}{r} \right) (u'^2 + v'^2) \left. \right\}. \end{aligned} \right.$$

Darin sind $u', v', \delta_1', \delta_2'$ diejenigen Ausdrücke, welche resp. aus u, v, δ_1, δ_2 dadurch entstehen, dass man in den letzteren α, β, γ durch α', β', γ' ersetzt.

[In Bezug auf die Ableitung des Ausdrucks (8a) sei Folgendes bemerkt: Entwickelt man die rechten Seiten der Gleich. (2) nach Potenzen von q , berechnet dann α, β, γ , so findet man genau einschliesslich der Glieder von der Ordnung q^2 :

$$\begin{aligned}\alpha &= \alpha' + 2\gamma' q \cos \psi - 2q \cos \psi (\alpha' q \cos \psi + \beta' q \sin \psi), \\ \beta &= \beta' + 2\gamma' q \sin \psi - 2q \sin \psi (\alpha' q \cos \psi + \beta' q \sin \psi), \\ \gamma &= \gamma' - 2(\alpha' q \cos \psi + \beta' q \sin \psi) - 2\gamma' q^2.\end{aligned}$$

Setzt man diese Ausdrücke sowie die daraus folgenden für $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1$ in (7a) ein, so ergibt sich:

$$(7c) \quad \begin{cases} \Delta_1 = r \cdot \gamma' \cdot q^2 - 2r q^2 (\alpha' q \cos \psi + \beta' q \sin \psi) \\ - 2\gamma' q^2 (\delta_1' - \zeta) - \frac{2}{\gamma'} (\alpha' q \cos \psi + \beta' q \sin \psi)^2 (\delta_2' - \zeta). \end{cases}$$

Die Gleichungen (4a) ferner nehmen jetzt folgende Form an:

$$r q \cos \psi = u' + \frac{1}{2} \frac{\alpha'}{\gamma'} q^2, \quad r q \sin \psi = v' + \frac{1}{2} \frac{\beta'}{\gamma'} q^2;$$

und daraus folgen die an Stelle der Gleichungen (6) tretenden Gleichungen:

$$(6a) \quad q \cos \psi = \frac{u'}{r} + \frac{1}{2} \frac{\alpha'}{\gamma'} \frac{u'^2 + v'^2}{r^2}, \quad q \sin \psi = \frac{v'}{r} + \frac{1}{2} \frac{\beta'}{\gamma'} \frac{u'^2 + v'^2}{r^2}.$$

Aus (6a) und (7c) folgt unmittelbar die obige Gleichung (8a)].

Bisher ist nur eine einzige einfallende Wellenebene betrachtet. Nach dem, was in § 5 gesagt, haben wir nun aber einfallende Wellenebenen von allen möglichen Richtungen zu betrachten. In das Mikroskop gelangen daher von F aus nicht nur zwei interferirende Strahlen, sondern unzählig viele Paare von interferirenden Strahlen. Von diesen sind nach § 5 die beiden Hauptpaare zu betrachten, d. h. diejenigen, von denen je ein Strahl längs der Mikroskopaxe ins Auge gelangt. Das Mikroskop sei so gestellt, dass $-\alpha, -\beta, +\gamma$ die Richtung der Axe sei. Dann ist das bisher betrachtete Paar, dessen Wegdifferenz $= \Delta_1$, das eine Hauptpaar. Für das zweite Hauptpaar habe die Normale der einfallenden Welle die Richtungscosinus $-\alpha, -\beta, -\gamma$. Sowie nun beim ersten Hauptpaare die interferirenden Strahlen die Rich-

tungscosinus hatten: $-\alpha, -\beta, +\gamma; -\alpha', -\beta', +\gamma'$; so haben die beiden Strahlen des zweiten Hauptpaares die Richtungscosinus $-\alpha, -\beta, +\gamma; -\alpha', -\beta', +\gamma'$. Die Grössen α', β', γ' hängen auf analoge Weise von α, β, γ ab, wie α', β', γ' von α, β, γ . Die Wegdifferenz Δ_2 des zweiten Hauptpaares ergibt sich sofort, wenn man in (8) oder (8a) und (5) α, β, γ setzt statt α', β', γ' .

Zwischen den Richtungscosinus α, β, γ einerseits und α, β, γ andererseits findet nun folgende Beziehung statt: Während beim ersten Hauptpaare der an VV reflectirte Strahl die Richtung der Mikroskopaxe hatte, hat beim zweiten Hauptpaare der aus der Lamelle herausgetretene, an der Kugel reflectirte Strahl dieselbe Richtung. Mithin ist:

$$\alpha' = \alpha, \quad \beta' = \beta, \quad \gamma' = \gamma.$$

Für die Wegdifferenz Δ_2 der beiden Strahlen des zweiten Hauptpaares benutzen wir den Ausdruck (8a), indem wir darin nur α', β', γ' durch α, β, γ ersetzen. Diese letzteren sind aber resp. $= \alpha, \beta, \gamma$. Dadurch geht zugleich u' in u über, v' in v , δ_1' in δ_1 , δ_2' in δ_2 . Es wird daher:

$$(9) \quad \left\{ \begin{aligned} \Delta_2 &= \frac{\gamma}{r} \left\{ u^2 + v^2 - 2(u^2 + v^2) \frac{\delta_1 - \zeta}{r} \right. \\ &\quad \left. - 2 \left(\frac{\alpha}{\gamma} u + \frac{\beta}{\gamma} v \right) \frac{\delta_2 - \zeta}{r} - \left(\frac{\alpha}{\gamma} \frac{u}{r} + \frac{\beta}{\gamma} \frac{v}{r} \right) (u^2 + v^2) \right\}. \end{aligned} \right.$$

Eine Vergleichung der Wegdifferenzen Δ_1 und Δ_2 zeigt, dass beide in den Gliedern zweiter Ordnung (in Bezug auf $\frac{u}{r}, \frac{v}{r}$) übereinstimmen, während die Glieder der nächsten Ordnung in beiden entgegengesetztes Zeichen haben. Nach dem in § 5 aufgestellten Princip ist aber die Interferenz dann am deutlichsten, wenn:

$$\Delta_1 = \Delta_2.$$

Die Erfüllung dieser Gleichung erfordert daher, dass die Glieder dritter Ordnung in (8) und (9) verschwinden. Minima der Intensität finden ferner statt, wenn:

$$(10) \quad \Delta_1 = \Delta_2 = h \cdot \lambda$$

ist, wo h eine beliebige ganze Zahl, λ die Wellenlänge bedeutet. Die Gleichung (10) liefert somit zur Bestimmung derjenigen Punkte F , in denen die Lichtintensität ein Minimum ist, die folgenden beiden Hauptgleichungen:

$$(10a) \quad \frac{\lambda}{r} (u^2 + v^2) = h \cdot \lambda,$$

$$(10b) \quad 2(u^2 + v^2)(\delta_1 - \zeta) + 2\left(\frac{\alpha}{\gamma}u + \frac{\beta}{\gamma}v\right)^2(\delta_2 - \zeta) + \left(\frac{\alpha}{\gamma}u + \frac{\beta}{\gamma}v\right)(u^2 + v^2) = 0$$

Wir treffen jetzt noch über die Lage der Axe ξ , die bisher beliebig in der Ebene VV lag, die Festsetzung, dass jene Axe der Projection der Mikroskopaxe auf die Ebene VV parallel, dass aber die positive ξ -Axe nach der Lichtquelle hin gerichtet ist. Dann ist:

$\beta = 0, \quad \gamma = \cos \vartheta, \quad \alpha = \sin \vartheta,$
wenn mit ϑ der Einfallswinkel bezeichnet wird.

Ferner wird:

$$(11) \quad \delta_1 = d \left[1 - \frac{1}{n} \frac{\cos \vartheta}{\cos \vartheta_1} \right], \quad \delta_2 = d \left[1 - \frac{1}{n^3} \frac{\cos^3 \vartheta}{\cos^3 \vartheta_1} \right],$$

falls ϑ_1 der zum Einfallswinkel ϑ gehörige Brechungswinkel in der Platte ist. Ersetzt man endlich noch u, v durch ihre Werthe (5), so nehmen die beiden Hauptgleichungen, die zweite nach einer leichten Umformung, folgende Form an:

$$(I) \quad [\xi + \operatorname{tg} \vartheta (\zeta - \delta_1)]^2 + \eta^2 = \frac{h \lambda r}{\cos \vartheta} = a^2,$$

$$(II) \quad \left\{ \begin{array}{l} \operatorname{tg} \vartheta [\xi + \operatorname{tg} \vartheta (\zeta - \delta_1)] + 2(\delta_1 - \zeta) \\ + 2(\delta_2 - \zeta) \operatorname{tg}^2 \vartheta \cdot \frac{[\xi + \operatorname{tg} \vartheta (\zeta - \delta_1)]^2}{[\xi + \operatorname{tg} \vartheta (\zeta - \delta_1)]^2 + \eta^2} = 0. \end{array} \right.$$

Dabei ist zur Abkürzung, wie es auch im Folgenden geschehen soll:

$$(12) \quad \frac{h \lambda r}{\cos \vartheta} = a^2 \quad \text{gesetzt.}$$

Bisher ist nur die Interferenz derjenigen Strahlen in Rechnung gezogen, die an der Vorderfläche VV der Lamelle reflectirt sind, und derjenigen, die nach einmaliger Reflexion an der Kugel aus der Lamelle heraustreten. Es lässt sich nun aber leicht zeigen, dass die Berücksichtigung der wiederholten Reflexionen innerhalb der Lamelle das obige Resultat in keiner Weise modificirt. Aendern wir nämlich die vorige Entwicklung dahin um, dass wir (Taf. I Fig. 7) den einfallenden Strahl LA erst nach mehrmaliger (k -maliger) Reflexion an der Kugel [in den Punkten $C, C', C'' \dots$] in die planparallele Platte,

dann in Luft zurücktreten lassen, und suchen die Wegdifferenz $A_1^{(k)}$ dieses Strahles gegen den nur an VV reflectirten, von derselben Wellenebene ausgehenden, für einen bestimmten Punkt F , so erhalten wir:

$$A_1^{(k)} = \frac{\gamma}{r} \left\{ k(u^2 + v^2) + k^3 \left[2(u^2 + v^2) \frac{\delta_1 - \zeta}{r} + 2 \left(\frac{\alpha}{\gamma} u + \frac{\beta}{\gamma} v \right)^2 \frac{\delta_2 - \zeta}{r} + \left(\frac{\alpha}{\gamma} \frac{u}{r} + \frac{\beta}{\gamma} \frac{v}{r} \right) (u^2 + v^2) \right] \right\},$$

wobei die Bedeutung der einzelnen Buchstaben dieselbe ist, wie oben.

Die Richtigkeit dieses Resultats lässt sich auf folgende Weise zeigen: Die sphärischen Coordinaten der Punkte $C, C', C' \dots C^{(k-1)}$, in denen die verschiedenen Reflexionen an der Kugel erfolgen, seien resp. $\varphi, \psi; \varphi', \psi'; \varphi'', \psi'' \dots \varphi^{(k-1)}, \psi^{(k-1)}$. Der in C einfallende Strahl hat die Richtungscosinus $-\alpha, -\beta, -\gamma$; nach der Reflexion in C sind die Richtungscosinus $-\alpha', -\beta', +\gamma'$, wie früher. In C' hat der einfallende Strahl die Cosinus $-\alpha', -\beta', -\gamma'$, der reflectirte $-\alpha'', -\beta'', +\gamma''$ etc. In $C^{(k-1)}$ seien die Cosinus des einfallenden Strahls $-\alpha^{(k-1)}, -\beta^{(k-1)}, -\gamma^{(k-1)}$, die des reflectirten $-\alpha^{(k)}, -\beta^{(k)}, +\gamma^{(k)}$.

Rechnet man die Coordinaten von B' einmal aus denen von C , dann aus denen von C' aus, so erhält man:

$$r \sin \varphi \cos \psi - \frac{\alpha'}{\gamma} 2r \sin^2 \frac{\varphi}{2} = r \sin \varphi' \cos \psi' + \frac{\alpha'}{\gamma} 2r \sin^2 \frac{\varphi'}{2},$$

$$r \sin \varphi \sin \psi - \frac{\beta'}{\gamma} 2r \sin^2 \frac{\varphi}{2} = r \sin \varphi' \sin \psi' + \frac{\beta'}{\gamma} 2r \sin^2 \frac{\varphi'}{2}.$$

α', β', γ' sind durch die Gleichungen (2) bestimmt. Entwickelt man nun die obigen Ausdrücke nach Potenzen von φ , resp. φ' und behält nur die Glieder von der Ordnung φ^2 , resp. φ'^2 bei, so wird:

$$\varphi \cos \psi - \frac{1}{2} \frac{\alpha}{\gamma} \varphi^2 = \varphi' \cos \psi' + \frac{1}{2} \frac{\alpha}{\gamma} \varphi'^2,$$

$$\varphi \sin \psi - \frac{1}{2} \frac{\beta}{\gamma} \varphi^2 = \varphi' \sin \psi' + \frac{1}{2} \frac{\beta}{\gamma} \varphi'^2,$$

woraus weiter folgt:

$$(a) \quad \varphi' \cos \psi' = \varphi \cos \psi - \frac{\alpha}{\gamma} \varphi^2, \quad \varphi' \sin \psi' = \varphi \sin \psi - \frac{\beta}{\gamma} \varphi^2;$$

und ähnliche Gleichungen finden zwischen den Coordinaten je zweier aufeinander folgender Punkte C statt, sodass man allgemein für $C^{(h)}$ hat:

$$(b) \quad \begin{cases} \varphi^{(h)} \cos \psi^{(h)} = \varphi \cos \psi - h \cdot \frac{\alpha}{\gamma} \varphi^2, \\ \varphi^{(h)} \sin \psi^{(h)} = \varphi \sin \psi - h \cdot \frac{\beta}{\gamma} \varphi^2. \end{cases} \quad (d)$$

Die Werthe von α' , β' , γ' sind durch die obigen Gleichungen (2) bestimmt. α'' , β'' , γ'' hängen aber genau ebenso von α' , β' , γ' , φ' , ψ' ab, wie α' , β' , γ' von α , β , γ , φ , ψ . Wir haben also:

$$\begin{aligned} \alpha' &= \alpha - 2\gamma\varphi \cos \psi - 2\varphi \cos \psi (\alpha\varphi \cos \psi + \beta\varphi \sin \psi), \\ \alpha'' &= \alpha' - 2\gamma'\varphi' \cos \psi' - 2\varphi' \cos \psi' (\alpha'\varphi' \cos \psi' + \beta'\varphi' \sin \psi'). \end{aligned}$$

Aus beiden folgt in Verbindung mit (a):

$$\alpha'' = \alpha - 2 \cdot 2\gamma\varphi \cos \psi - 2^2 \cdot 2\varphi \cos \psi (\alpha\varphi \cos \psi + \beta\varphi \sin \psi) + 2\alpha\varphi^2.$$

Durch Fortsetzung dieses Verfahrens erhält man allgemein für den durch h -malige Reflexion an der Kugel entstandenen Strahl, der also zuletzt in $C^{(h-1)}$ reflectirt ist:

$$(c) \quad \begin{cases} \alpha^{(h)} = \alpha - h \cdot 2\gamma\varphi \cos \psi - h^2 \cdot 2\varphi \cos \psi (\alpha\varphi \cos \psi + \beta\varphi \sin \psi) + h(h-1) \varphi^2, \\ \beta^{(h)} = \beta - h \cdot 2\gamma\varphi \sin \psi - h^2 \cdot 2\varphi \sin \psi (\alpha\varphi \cos \psi + \beta\varphi \sin \psi) + h(h-1) \varphi^2, \\ \gamma^{(h)} = \gamma + h \cdot 2(\alpha\varphi \cos \psi + \beta\varphi \sin \psi) - h^2 \cdot 2\gamma\varphi^2 - h(h-1) \frac{1-\gamma^2}{\gamma} \varphi^2. \end{cases} \quad (e)$$

An Stelle der Gleichungen (4) treten jetzt die folgenden:

$$\begin{aligned} \xi - \frac{\alpha^{(k)}}{\gamma^{(k)}} (d - \zeta) + \frac{\alpha_1^{(k)}}{\gamma_1^{(k)}} d + \frac{1}{2} r [\varphi^{(k-1)}]^2 \frac{\alpha^{(k)}}{\gamma^{(k)}} &= r \varphi^{(k-1)} \cos \psi^{(k-1)}, \\ \eta - \frac{\beta^{(k)}}{\gamma^{(k)}} (d - \zeta) + \frac{\beta_1^{(k)}}{\gamma_1^{(k)}} d + \frac{1}{2} r [\varphi^{(k-1)}]^2 \frac{\beta^{(k)}}{\gamma^{(k)}} &= r \varphi^{(k-1)} \sin \psi^{(k-1)}, \end{aligned} \quad (10)$$

wobei $\alpha_1^{(k)}$, $\beta_1^{(k)}$, $\gamma_1^{(k)}$ die Richtung desjenigen Strahls bezeichnet, der aus dem Strahl $\alpha^{(k)}$, $\beta^{(k)}$, $\gamma^{(k)}$ durch Brechung in die planparallele Platte hinein entsteht. Mit Hülfe der Gleichungen (b) und (c) entwickle man die letzten Ausdrücke nach Potenzen von φ bis incl. der Glieder von der Ordnung φ^3 , rechne dann $\varphi \cos \psi$ und $\varphi \sin \psi$ aus, so ergibt sich mit Benutzung der früheren Bezeichnung (Gleichung 5):

$$(d) \begin{cases} \varphi \cos \psi = \frac{u}{r} + k \cdot 2 \frac{u}{r} \frac{\delta_1 - \zeta}{r} + k \cdot 2 \frac{\alpha}{\gamma} \left(\frac{\alpha}{\gamma} \frac{u}{r} + \frac{\beta}{\gamma} \frac{v}{r} \right) \frac{\delta_2 - \zeta}{r} \\ \quad + (k-1) \frac{\alpha}{\gamma} \frac{u^2 + v^2}{r^2}, \\ \varphi \sin \psi = \frac{v}{r} + k \cdot 2 \frac{v}{r} \frac{\delta_1 - \zeta}{r} + k \cdot 2 \frac{\beta}{\gamma} \left(\frac{\alpha}{\gamma} \frac{u}{r} + \frac{\beta}{\gamma} \frac{v}{r} \right) \frac{\delta_2 - \zeta}{r} \\ \quad + (k-1) \frac{\beta}{\gamma} \frac{u^2 + v^2}{r^2}. \end{cases}$$

Für die Wegdifferenz $A_1^{(k)}$ findet man nun folgenden, dem Ausdruck (7a) analogen:

$$(b) = 2r \sin^2 \frac{\varphi}{2} \left(\gamma + \frac{1 - \alpha \alpha' - \beta \beta'}{\gamma'} \right) + 2r \sin^2 \frac{\varphi'}{2} \left(\frac{1 - \alpha \alpha' - \beta \beta'}{\gamma'} + \frac{1 - \alpha \alpha'' - \beta \beta''}{\gamma''} \right) \\ + \dots + 2r \sin^2 \frac{\varphi^{(k-1)}}{2} \left\{ \frac{1 - \alpha \alpha^{(k-1)} - \beta \beta^{(k-1)}}{\gamma^{(k-1)}} + \frac{1 - \alpha \alpha^{(k)} - \beta \beta^{(k)}}{\gamma^{(k)}} \right\} \\ (d-\zeta) \left\{ \gamma - \frac{1 - \alpha \alpha^{(k)} - \beta \beta^{(k)}}{\gamma^{(k)}} \right\} + d \left\{ \frac{\alpha \alpha_1 + \beta \beta_1}{\gamma_1} - \frac{\alpha \alpha_1^{(k)} + \beta \beta_1^{(k)}}{\gamma_1^{(k)}} + n \left(\frac{1}{\gamma_1^{(k)}} - \frac{1}{\gamma_1} \right) \right\}.$$

Durch Entwicklung nach Potenzen von φ geht dieser Ausdruck in folgenden über:

$$(e) \begin{cases} A_1^{(k)} = r \cdot \gamma \{ \varphi^2 + \varphi'^2 + \varphi''^2 + \dots + [\varphi^{(k-1)}]^2 \} - k^2 \cdot 2\gamma \varphi^2 (\delta_1 - \zeta) \\ \quad - k^2 \cdot 2\gamma \left(\frac{\alpha}{\gamma} \varphi \cos \psi + \frac{\beta}{\gamma} \varphi \sin \psi \right)^2 (\delta_2 - \zeta). \end{cases}$$

Mit Benutzung der Gleichungen (b) und (d) folgt hieraus leicht der obige Werth (13).

Bedenkt man nunmehr, dass für die Punkte, für welche die Minima am deutlichsten sind, die Gleichungen (10a) und (10b) gelten, so ergibt sich aus (13):

$$A_1^{(k)} = k \cdot h \cdot \lambda,$$

d. h.: Alle von derselben einfallenden Wellenebene herrührenden, beliebig oft innerhalb der Lamelle reflectirten Strahlen, die durch denselben Punkt F gehen, dessen Coordinaten den Hauptgleichungen (10a) und (10b) (oder I und II) genügen, haben in F Wegunterschiede von einer ganzen Zahl von Wellenlängen. Das Zusammenwirken aller dieser Strahlen ergibt daher für die Lage der Minima kein anderes Resultat, als wenn nur eine einmalige Reflexion innerhalb der Lamelle berücksichtigt wird.

Bisher sind diejenigen Strahlen betrachtet, die sich dem ersten Hauptpaare als mit ihm interferirend zuordnen. In gleicher Weise können wir auch aus den zum zweiten Hauptpaare hinzutretenden kein neues Resultat ableiten. Und ebenso wenig würde sich eine Aenderung ergeben, wenn wir denjenigen Strahl betrachten würden, der nach k -maliger Reflexion in der Lamelle mit der Mikroskopaxe zusammenfällt, und alle mit ihm interferirenden.¹⁾

§ 7. Folgerungen aus den Hauptgleichungen. Die Ringpunkte in der centralen Einfallsebene und in einer Querrichtung.

Die im vorigen Paragraphen entwickelten Hauptgleichungen (I), (II) wenden wir zunächst an, um die Erscheinung in der durch den Punkt O (Taf. I Fig. 6) gelegten Einfallsebene, die wir centrale Einfallsebene nennen wollen, sowie in einer gewissen zu dieser Ebene senkrechten Geraden abzuleiten.

Für die Punkte der centralen Einfallsebene ist $\eta = 0$. Die Gleichung (II) geht daher in die folgende über:

$$\{\xi + \operatorname{tg} \vartheta (\zeta - \delta_1)\} \operatorname{tg} \vartheta + 2(\delta_1 - \zeta) + 2(\delta_2 - \zeta) \operatorname{tg}^2 \vartheta = 0$$

oder:

$$(II_a) \quad \zeta = \frac{\xi \sin \vartheta \cos \vartheta}{1 + \cos^2 \vartheta} + \frac{\delta_1 (3 \cos^2 \vartheta - 1) + 2 \delta_2 \sin^2 \vartheta}{1 + \cos^2 \vartheta},$$

während (I) übergeht in:

$$(I_a) \quad \xi + \operatorname{tg} \vartheta (\zeta - \delta_1) = \pm a.$$

Halten wir eine bestimmte Ordnungszahl h eines Ringes fest, so ist a eine gegebene Constante; aus I_a) und II_a) fol-

1) Die Entwicklungen sind hier bis zu den Gliedern derselben Ordnung geführt, wie in Wangerin's früherer Arbeit (Pogg. Ann 181. p. 497. 1867). Die Glieder dritter Ordnung finden hier nur eine wesentlich andere Deutung, als dort.

Wie man den Beweis, dass die Wegdifferenz an der Stelle eines Minimums eine ganze Anzahl von Wellenlängen beträgt, streng führen kann, ist in der eben citirten Arbeit (p. 504) gezeigt. Die in jener Arbeit p. 513—514 mitgetheilten Resultate lassen auch erkennen, dass die Aenderung des Polarisationszustandes, den die Strahlen durch die Reflexion an der Kugelfläche erfahren, zu unbedeutend ist, um irgend einen Einfluss auf die Erscheinung zu haben. Wir glaubten deshalb, auf diesen Punkt hier nicht weiter eingehen zu sollen.

gen dann ξ und ζ eindeutig; d. h. man muss in der centralen Einfallsebene das Mikroskop auf einen bestimmten Punkt einstellen, um einen bestimmten Ring scharf zu sehen. Wegen des doppelten Zeichens der rechten Seite von I_a) gibt es natürlich für jeden Ring zwei solcher Punkte. ζ ist von a abhängig; man sieht daher, dass man, wenn man von einem Ring zu einem anderen übergeht, das Mikroskop heben oder senken muss. Unabhängig von a gilt nun für die Punkte ξ, ζ der verschiedenen Ringe die Gleichung II_a), d. h.:

Alle Punkte der Ringe in der centralen Einfallsebene liegen auf einer Geraden: der Hauptgeraden; ihr Neigungswinkel ω gegen die Horizontale wird bestimmt durch die Gleichung:

$$(II_b) \quad \operatorname{tg} \omega = \frac{\sin \vartheta \cdot \cos \vartheta}{1 + \cos^2 \vartheta}.$$

Da die positive ξ = Axe von O nach der Lichtquelle hin gerichtet war, die positive ζ = Axe senkrecht nach oben, so steigt die Hauptgerade, wenn man nach der Lichtquelle zu geht. Ferner ist die Neigung der Hauptgeraden allein vom Einfallswinkel ϑ abhängig, unabhängig dagegen vom Kugelradius, sowie von der Dicke und dem Brechungsexponenten der planparallelen Platte. Die Neigung ist ein Maximum für $\cos \vartheta = \sqrt{\frac{1}{3}}$, d. h. bei einem Einfallswinkel von $54^\circ 44'$, und zwar ist dann $\omega = 19^\circ 28'$. Die Neigung ist dagegen gleich Null bei senkrechter Incidenz.

Das hier entwickelte Resultat stimmt mit den Beobachtungen, soweit überhaupt die Genauigkeit der letzteren reicht, gut überein. Die Beobachtungen bestätigen nicht nur, dass alle Punkte der Ringe in der centralen Einfallsebene auf einer Geraden liegen, sondern sie ergeben auch dieselbe Neigung der Geraden, wie die Formel II_b). Man erkennt dies aus folgender Tabelle:

Tabelle 32.

| ϑ | ω | | Differ. | ϑ | ω | | Differ. |
|-----------------------|----------------|----------------|---------|-----------------------|----------------|----------------|---------|
| | berechnet | beobachtet | | | berechnet | beobachtet | |
| $28\frac{1}{2}^\circ$ | $13^\circ 25'$ | $13^\circ 23'$ | + 3' | $54\frac{1}{2}^\circ$ | $19^\circ 28'$ | $19^\circ 28'$ | 0' |
| 45° | $18^\circ 26'$ | $18^\circ 18'$ | - 8' | 72° | $15^\circ 1'$ | $14^\circ 41'$ | - 20' |

Auch dass die Neigung ω nur von ϑ abhängt, ist durch die Beobachtungen bestätigt (vgl. p. 21, 22).

Wegen des doppelten Zeichens in I_a liegen in der centralen Einfallsebene zwei Punkte eines jeden Ringes. Bezeichnen wir für ein gegebenes h oder a die Coordinaten dieser beiden Ringpunkte mit ξ_+ , ζ_+ für das obere und mit ξ_- , ζ_- für das untere Zeichen, so folgt aus I_a) und II_a):

$$(1) \quad \begin{cases} \zeta_+ = \zeta_0 + \frac{a}{2} \sin \vartheta \cos \vartheta, & \zeta_- = \zeta_0 - \frac{a}{2} \sin \vartheta \cos \vartheta, \\ \xi_+ = \xi_0 + \frac{a}{2} (1 + \cos^2 \vartheta), & \xi_- = \xi_0 - \frac{a}{2} (1 + \cos^2 \vartheta), \end{cases}$$

wobei zur Abkürzung gesetzt ist:

$$(2) \quad \zeta_0 = \delta_1 \cos^2 \vartheta + \delta_2 \sin^2 \vartheta, \quad \xi_0 = -\operatorname{tg} \vartheta (\zeta_0 - \delta_1).$$

Aus (1) folgt, dass der Punkt ξ_0 , ζ_0 in der Mitte zwischen den beiden Punkten ξ_+ , ζ_+ und ξ_- , ζ_- liegt; da ferner, wie aus (2) ersichtlich, ξ_0 und ζ_0 von a unabhängig sind, so folgt:

Die in der Einfallsebene (auf der Hauptgeraden) liegenden Ringdurchmesser haben alle denselben Mittelpunkt; die Ringe sind in der centralen Einfallsebene concentrisch.

Der Mittelpunkt ξ_0 , ζ_0 hat eine einfache physikalische Bedeutung. Setzt man nämlich für δ_1 und δ_2 die Werthe aus (11) § 6 ein, so ergibt sich:

$$(3) \quad \zeta_0 = d \cdot \left[1 - \frac{1}{n} \frac{\cos^3 \vartheta}{\cos^2 \vartheta_1} \right], \quad \xi_0 = -d(n^2 - 1) \operatorname{tg}^3 \vartheta_1.$$

Dies sind aber die Coordinaten desjenigen Punktes P , in welchem das Bild des Punktes O nach der Brechung durch die planparallele Platte erscheint.¹⁾ Also: Der Mittelpunkt sämmtlicher Ringdurchmesser in der centralen Einfallsebene ist der scheinbare Berührungspunkt P . Die Hälften der Durchmesser, die dem Lichte zugewandt sind, liegen oberhalb der durch P gelegten

1) Vgl. Bauer, Ueber den scheinbaren Ort eines in einem dichteren durchsichtigen Medium befindlichen Lichtpunktes Pogg. Ann. 154. p. 572–588. 1874. — Streng genommen sieht man an zwei Punkten Bilder von O ; P ist der eine dieser Punkte, während der andere der nachher zu betrachtende Punkt Q ist.

Horizontalen, die dem Lichte abgewandten Hälften dagegen unterhalb jener Horizontalen, denn $\xi_+ - \xi_0$ und $\zeta_+ - \zeta_0$ sind gleichzeitig positiv.

Die Ringdurchmesser D_h selbst, gemessen längs der Hauptgeraden, auf der sie alle liegen, sind:

$$(4) \quad \begin{cases} D_h = 2 \sqrt{(\xi_+ - \xi_0)^2 + (\zeta_+ - \zeta_0)^2} = a \sqrt{1 + 3 \cos^2 \vartheta} \\ = \sqrt{\frac{h \lambda r}{\cos \vartheta}} \cdot \sqrt{1 + 3 \cos^2 \vartheta}; \end{cases}$$

d. h.: Die Ringdurchmesser sind genau den Quadratwurzeln aus den natürlichen Zahlen proportional; und sie sind unabhängig von der Dicke der planparallelen Platte.

Um direct zu messende Grössen zu erhalten, wollen wir alle Ringdurchmesser durch Parallele zur Mikroskopaxe auf die Horizontale projiciren. Es sei (Taf. I, Fig. 8) AB ein Durchmesser, in der schräg liegenden Hauptgeraden gelegen. Durch A und B ziehen wir Parallele zur Mikroskopaxe, die eine durch den Mittelpunkt P des Durchmessers gezogene Horizontale in A_1 und B_1 schneiden, so ist im Dreieck $AP A_1$ der Winkel $P = \omega$, Winkel $A_1 = 90 - \vartheta$. Daher:

$$A_1 P = AP \cdot \frac{\sin(90 - \vartheta + \omega)}{\sin(90 - \vartheta)} = AP \cdot \{\cos \omega + \operatorname{tg} \vartheta \cdot \sin \omega\}.$$

Beachtet man, dass aus (IIb) folgt:

$$\sin \omega = \frac{\sin \vartheta \cos \vartheta}{\sqrt{1 + 3 \cos^2 \vartheta}}, \quad \cos \omega = \frac{1 + \cos^2 \vartheta}{\sqrt{1 + 3 \cos^2 \vartheta}},$$

so wird:

$$A_1 P = \frac{2 \cdot AP}{\sqrt{1 + 3 \cos^2 \vartheta}}.$$

Da ferner: $AP = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} a \sqrt{1 + 3 \cos^2 \vartheta}$, so wird:

$$(5) \quad A_1 P = a; \quad A_1 B_1 = 2a = 2 \sqrt{\frac{h \lambda r}{\cos \vartheta}};$$

d. h.: Der durch Parallele zur Mikroskopaxe auf die Horizontale projecirte Durchmesser des h . Ringes ist $= 2 \sqrt{\frac{h \lambda r}{\cos \vartheta}}$. Dieser projecirte Durchmesser ist diejenige Horizontalverschiebung, die man dem Mikroskop ertheilen muss, um den h . Ring in der centralen Einfallsebene zu überstreichen.

Von den so projecirten Durchmessern gelten natürlich unmittelbar die obigen Resultate; es haben also alle denselben Mittelpunkt, sie befolgen das Newton'sche Gesetz der Quadratwurzel, und ihre Längen sind unabhängig von der Dicke der planparallelen Platte. Diese Gesetze sind durch die Beobachtung vollständig bestätigt. Vgl. darüber § 4.

Wir gehen nun von der centralen Einfallsebene $\eta = 0$ zu einer auf dieser Ebene senkrechten Richtung über. Aus Gleichung I) § 6 ergibt sich leicht, dass für einen bestimmten Ring (a gegeben) $\eta = a$ der grösste Werth von η ist. Zugleich wird:

$$\xi + \operatorname{tg} \vartheta (\zeta - \delta_1) = 0.$$

Setzen wir beides in II) ein, so folgt:

$$\zeta = \delta_1, \text{ also } \xi = 0.$$

$\zeta = \delta_1$, $\xi = 0$ ist eine zur Axe η parallele Gerade. Diese schneidet den betrachteten Ring in den beiden Punkten $\eta = \pm a$. Da ferner δ_1 von a unabhängig ist, so ist diese Gerade dieselbe für alle Ringe; also: Eine gewisse horizontale, auf der Einfallsebene senkrechte Linie schneidet alle Ringe. Wir nennen diese Linie die Quergerade. Die Lage derselben ergibt sich folgendermassen: Man lege (Taf. I, Fig. 9) durch denjenigen Punkt P , welcher der scheinbare Mittelpunkt der in der centralen Einfallsebene liegenden Durchmesser ist, eine Parallele zur Mikroskopaxe, verlängere diese, bis sie die durch O gehende Verticale in Q schneidet. Die Gleichung dieser Geraden ist, wenn (wie oben) die Coordinaten von P mit ξ_0 , ζ_0 bezeichnet werden:

$$\zeta - \zeta_0 + \operatorname{ctg} \vartheta (\xi - \xi_0) = 0, \eta = 0.$$

Die Coordinaten von Q sind daher:

$$\xi = 0, \eta = 0, \zeta = \zeta_0 + \operatorname{ctg} \vartheta \cdot \xi_0,$$

oder wegen Gleichung (2) § 7:

$$\zeta = \zeta_0 - \operatorname{ctg} \vartheta \cdot \operatorname{tg} \vartheta (\zeta_0 - \delta_1) = \delta_1.$$

Der Punkt Q hat also die Coordinaten $\xi = 0$, $\eta = 0$, $\zeta = \delta_1$. Hat man daher das Mikroskop so eingestellt, dass man den Punkt P , den Mittelpunkt der Ringdurchmesser innerhalb der centralen Einfallsebene, in der Mitte des Gesichtsfeldes deutlich sieht, so hat man, um Q deutlich zu

sehen, das Mikroskop nur um das Stück PQ längs seiner Axe tiefer zu schieben (da Q tiefer als P liegt); und zwar ist:

$$(6) \quad PQ = \sqrt{(\zeta_0 - \delta_1)^2 + \xi_0^2} = \frac{\zeta_0 - \delta_1}{\cos \vartheta} = \frac{(n^2 - 1) \operatorname{tg}^2 \vartheta_1}{n \cos \vartheta_1} \cdot d,$$

wo wieder ϑ_1 den zum Einfallswinkel ϑ gehörigen Brechungswinkel bezeichnet. Für $\vartheta = 54^\circ 44'$, $n = 1,54$, $d = 5 \text{ mm}$ ist $PQ = 2,05 \text{ mm}$. Der Punkt Q hat übrigens folgende Bedeutung: Betrachtet man die von O ausgehenden Strahlen, so bilden nach der Brechung durch die planparallele Platte die der Mikroskopaxe unendlich nahen Strahlen zwei unendlich kleine Brennnlinien, deren eine durch P geht und senkrecht zur Einfallsebene ist, während die andere durch Q geht und vertical ist.

Durch den Punkt Q , dessen Lage eben erörtert ist, geht die Quergerade; und sie ist zur Einfallsebene senkrecht; ihre Lage ist vom Kugelradius unabhängig.

Da die Quergerade irgend einen Ring in den Punkten $\eta = \pm a$ schneidet, so ist Q der Mittelpunkt aller Ringdurchmesser in der Quergeraden. Also auch in der Querrichtung sind die Ringe concentrisch. Die Länge eines bestimmten Ringdurchmessers in der Querrichtung ist ferner:

$$(7) \quad = 2a = 2 \sqrt{\frac{\hbar \lambda r}{\cos \vartheta}}.$$

Eine Vergleichung mit den vorhergehenden Resultaten zeigt, dass der Durchmesser eines Ringes, gemessen in der Querrichtung, gleich ist dem auf die Horizontale projecirten Durchmesser desselben Ringes in der centralen Einfallsebene, wobei die Projection durch Parallele zur Mikroskopaxe geschieht.

Alle diese Resultate sind durch die Beobachtung ebenfalls völlig bestätigt (s. Abschn. I, §§ 3 und 4, besonders p. 22, 35, 38).

Von dem oben zuerst ausgesprochenen Resultat, dass man in der Einfallsebene das Mikroskop auf einen bestimmten Punkt einstellen muss, um einen bestimmten Ring deutlich zu sehen, macht der scheinbare Mittelpunkt der Ringe, also das Centrum des dunklen Flecks, eine Ausnahme. Für diesen Punkt ist nämlich $a = 0$, und man er-

kennt leicht, dass für $a = 0$ die am Anfang dieses Paragraphen gezogenen Schlüsse nicht mehr richtig bleiben. In der That können wir dann die Gleichung (II) in der hingeschriebenen Form nicht gebrauchen, da diese Form durch Division mit einer Grösse entstanden ist, die jetzt Null wird. Setzen wir aber in den Gleichungen (10a) und (10b) § 6 $h = 0$, so folgt aus beiden nur $u = 0$, $v = 0$, d. h.:

$$(8) \quad \eta = 0, \quad \xi + \operatorname{tg} \vartheta (\zeta - \delta_1) = 0.$$

Durch diese Gleichungen ist kein Punkt bestimmt, sondern ihnen genügen alle Punkte der Linie PQ (Taf. I, Fig. 9). Stellt man daher das Mikroskop auf den scheinbaren Mittelpunkt P der Ringe in der Einfallsebene ein, so kann man es beliebig längs seiner Axe verschieben, d. h. auf einen beliebigen Punkt jener Axe einstellen, ohne dass der schwarze Fleck verschwindet. Mit anderen Worten: Man kann auf das scheinbare Centrum des schwarzen Flecks überhaupt nicht scharf einstellen. Diese Folgerung unserer Theorie stimmt mit der Beobachtung völlig überein (vgl. § 2, p. 11).

Die Formeln (Ia) und (IIa) im Anfang dieses Paragraphen gestatten noch eine Anwendung, die nicht ohne Interesse erscheint, zumal da ihre Richtigkeit unschwer zu prüfen ist. Da die in der centralen Einfallsebene liegenden Ringpunkte auf der Hauptgeraden liegen, und da diese vom scheinbaren Mittelpunkte P nach dem Lichte zu ansteigt, so muss sie die obere Fläche UU der planparallelen Platte treffen, und es entsteht nun die Frage: bei welchem Ringe geschieht dies? Welcher Ring liegt eben oberhalb UU ?

Um diese Frage zu beantworten, haben wir nur zu beachten, dass an jener Fläche $\zeta = d$ wird; daher folgt aus (Ia):

$$\xi = +a - \operatorname{tg} \vartheta (d - \delta_1),$$

und (IIa) ergibt weiter:

$$a \operatorname{tg} \vartheta + 2(\delta_1 - d) + 2(\delta_2 - d) \operatorname{tg}^2 \vartheta = 0.$$

Setzt man für δ_1 und δ_2 ihre Werthe aus Gleichung (11) des vorigen Paragraphen ein, so ergibt sich:

$$(9) \quad a = \frac{2d \cos^2 \vartheta}{n \sin \vartheta \cos^3 \vartheta_1}, \quad \text{also, da:} \quad a = \sqrt{\frac{h \lambda r}{\cos \vartheta}},$$

$$h = \frac{4d^2}{\lambda r} \frac{\cos^5 \vartheta}{n^2 \sin^2 \vartheta \cos^5 \vartheta_1}.$$

Ergibt diese Formel zufällig eine ganze Zahl für h , so liegt der entsprechende Ring gerade in der Fläche UU . Ist h keine ganze Zahl, so nehme man die nächst höhere ganze Zahl, und der entsprechende Ring liegt eben oberhalb UU .

Ueber den durch die letzte Formel bestimmten Werth von h sind Beobachtungen angestellt bei $\vartheta = 28^{\circ} \frac{3}{4}$, $\vartheta = 45^{\circ}$, $\vartheta = 54^{\circ} 44'$, während $d = 5$ mm, $r = 2100$ mm, $\lambda = 0,0005888$ mm, $n = 1,54$ war. (Vgl. § 2, Tab. 14.) Mit den für jene drei Einfallswinkel nach Formel (9) berechneten Werthen von h , nämlich:

103,9 24,5 8,8

stimmen die beobachteten:

101,0 24,2 9,5

befriedigend überein, besonders, wenn man die Schwierigkeit gerade dieser Beobachtungen berücksichtigt.

§ 8. Verlauf der Ringe ausserhalb der centralen Einfallsebene. Interferenzfläche.

Um den Verlauf der Ringe ausserhalb der centralen Einfallsebene zu verfolgen, ist es zweckmässig, statt des bisherigen ein neues, schiefwinkliges Coordinatensystem zu Grunde zu legen. Zu dem Zwecke wählen wir den Punkt P , den Mittelpunkt der Ringdurchmesser in der centralen Einfallsebene, zum neuen Anfangspunkte. Die neuen Axen x, y, z wählen wir so, dass x parallel ξ , y parallel η ist, und zwar sei die positive x -Axe, ebenso wie vorher die positive Axe ξ , von P nach der Lichtquelle hin gerichtet. Die z -Axe endlich soll eine durch P zur Mikroskopaxe gezogene Parallele sein, und zwar positiv von P nach oben. Das neue Coordinatensystem dient nicht nur zur Vereinfachung der Gleichungen (I), (II) § 6, sondern es erleichtert auch die Vergleichung der Theorie mit den Beobachtungen, da die gemessenen Grössen nichts anderes sind, als die Differenzen der auf das neue System bezogenen Coordinaten zweier Punkte.

Die Transformationsformeln sind:

$$(1) \quad \xi = \xi_0 + x - z \sin \vartheta, \quad \zeta = \zeta_0 + z \cos \vartheta, \quad \eta = y.$$

Durch dieselben gehen, wenn man noch die Werthe (2) § 7 für ξ_0 , ζ_0 berücksichtigt, die beiden Hauptgleichungen (I) und (II) in die folgenden über:

$$(III) \quad x^2 + y^2 = a^2,$$

$$(IV) \quad x(x^2 + y^2) \sin \vartheta - 2z(x^2 + y^2 \cos^2 \vartheta) - 2(\delta_2 - \delta_1) \cos \vartheta \sin^2 \vartheta \cdot y^2 = 0.$$

Aus diesen Gleichungen folgt, dass die einzelnen Ringe Curven doppelter Krümmung sind. Die Gleichung (III) allein lehrt, dass die Projectionen der Ringe auf die Horizontalebene concentrische Kreise sind, wenn wir wieder, wie schon oben, unter Projection nicht orthogonale Projection, sondern Projection durch Parallele zur Mikroskopaxe verstehen. Die Ringe selbst sind die Durchschnitte der coaxialen Cylinder, die durch die projecirenden Linien gebildet werden, mit der Fläche (IV). Auf dieser Fläche liegen, da die Ordnungszahl der Ringe in der Gleichung nicht vorkommt, die sämmtlichen Ringe. Diese Fläche ist daher die im Abschnitt I eingeführte Interferenzfläche. Für $\vartheta = 0$ folgt aus (IV) $z = 0$; d. h. für senkrechte Incidenz ist die Interferenzfläche eine horizontale Ebene, parallel den Grenzflächen der planparallelen Platte. Bei senkrechter Incidenz also zeigt sich keine von den Erscheinungen, deren Beschreibung und Erklärung die vorliegende Arbeit gewidmet ist. Dies ist aber der einzige Fall, in welchem die Ringe in einer Ebene liegen. Sehen wir von diesem Falle ab, so reducirt sich die Interferenzfläche nie auf eine Ebene, sie gehört vielmehr zu den geradlinigen Flächen dritter Ordnung, sodass wir das Resultat aussprechen können: die sämmtlichen Ringe liegen auf einer Regelfläche dritter Ordnung, der Interferenzfläche, und sind die Schnitte dieser Fläche mit coaxialen elliptischen Cylindern, deren Horizontalschnitte concentrische Kreise sind.

Gehen wir nunmehr zur Untersuchung der Gestalt der Interferenzfläche, die von der Grösse des Kugelradius r unabhängig ist. Zuvörderst können wir die einzige Constante, die ausser dem Einfallswinkel ϑ in Gleichung (IV) enthalten ist, durch eine Länge ausdrücken, die schon im vorigen

Paragraphen eine Rolle spielte. Es ist das die Linie PQ (Taf. I Fig. 9). Nach Gleichung (6) § 7 ist:

$$PQ = \frac{\zeta_0 - \delta_1}{\cos \vartheta} = \frac{(\delta_2 - \delta_1) \sin^2 \vartheta}{\cos \vartheta}.$$

Der letzte Ausdruck entsteht durch Benutzung des Werthes (2) § 7 für ζ_0 .

Der Kürze wegen werde diese Länge mit z_1 bezeichnet; also:

$$(2) \quad PQ = \frac{(\delta_2 - \delta_1) \sin^2 \vartheta}{\cos \vartheta} = \frac{(n^2 - 1) \operatorname{tg}^2 \vartheta_1}{n \cos \vartheta_1} \cdot d = z_1,$$

sodass die Coordinaten des Punktes Q in dem neuen System $x = 0$, $y = 0$, $z = -z_1$ sind.

Die Gleichung (IV) nimmt nach Einführung dieser Bezeichnung die Form an:

$$(IV_a) \quad x(x^2 + y^2) \sin \vartheta - 2z(x^2 + y^2 \cos^2 \vartheta) - 2z_1 \cdot y^2 \cos^2 \vartheta = 0.$$

Dass diese Fläche zu den Regelflächen gehört, und dass die z -Axe ihre Doppellinie ist, ergibt sich unmittelbar aus der allgemeinen Theorie der Flächen dritter Ordnung. Wir wollen indess, ohne jene Theorie heranzuziehen, die Eigenschaften der Fläche (IV_a), soweit sie für das physikalische Problem von Interesse sind, sowie die Entstehungsweise dieser Fläche direct ableiten.

Um den Schnitt der Fläche mit einer beliebigen, durch die z -Axe gelegten Ebene zu erhalten, setze man:

$$(3) \quad x = \varrho \cos \alpha, \quad y = \varrho \sin \alpha;$$

dabei denke man α zwischen $-\frac{\pi}{2}$ und $+\frac{\pi}{2}$ liegend, ϱ von $+\infty$ bis $-\infty$ variirend. Dann folgt aus (IV_a) entweder:

$$(4) \quad z = \frac{1}{2} \frac{\cos \alpha \sin \vartheta}{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha \cos^2 \vartheta} \cdot \varrho - z_1 \cdot \frac{\sin^2 \alpha \cos^2 \vartheta}{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha \cos^2 \vartheta}, \text{ oder:}$$

$$(5) \quad \varrho = 0,$$

d. h. jede durch die z -Axe gelegte Ebene schneidet die Interferenzfläche in zwei Geraden, der Geraden (4) und der z -Axe selbst. Von letzterer liegt aber nur ein begrenzter Theil, nämlich das Stück PQ , auf der Fläche. Denn allgemein folgt aus (IV_a):

$$z = \frac{1}{2} x \frac{x^2 + y^2}{x^2 + y^2 \cos^2 \vartheta} \cdot \sin \vartheta - z_1 \cdot \frac{y^2 \cos^2 \vartheta}{x^2 + y^2 \cos^2 \vartheta}.$$

Lässt man, um zu sehen, welche Punkte oder Linien die z -Axe mit der Fläche gemein hat, x und y sich immer mehr der Null nähern, so bleiben $\frac{x^2 + y^2}{x^2 + y^2 \cos^2 \vartheta}$ und $\frac{y^2 \cos^2 \vartheta}{x^2 + y^2 \cos^2 \vartheta}$ endlich, sind aber abhängig von dem für den Grenzfall unbestimmten Werthe $\frac{y^2}{x^2}$. Welchen Werth zwischen 0 und ∞ (diese Grenzen eingeschlossen) nun $\frac{y^2}{x^2}$ für $x=0$, $y=0$ auch annehmen mag, $\frac{x^2 + y^2}{x^2 + y^2 \cos^2 \vartheta}$ liegt immer zwischen 1 und $\frac{1}{\cos^2 \vartheta}$, $\frac{y^2 \cos^2 \vartheta}{x^2 + y^2 \cos^2 \vartheta}$ zwischen 0 und 1. Daraus folgt, dass für $\varrho = 0$, also $x=0$, $y=0$, z zwischen 0 und $-z_1$ liegt. Durch solche Werthe von z ist aber stets ein Punkt zwischen P ($z=0$) und Q ($z=-z_1$) bestimmt.

Der Schnitt jeder durch die z -Axe gelegten Ebene mit der Fläche besteht also aus der Geraden (4) und dem endlichen Stücke PQ der z -Axe. Jede der Geraden (4) schneidet die z -Axe zwischen P und Q , wie man leicht aus dem letzten Gliede der Gleichung (4) erkennt, und zwar ist jeder Punkt von PQ ein Doppelpunkt der Fläche, da je zwei der Geraden (4), die zu zwei Werthen $+\alpha$ und $-\alpha$ des Parameters α gehören, durch denselben Punkt von PQ gehen. Die begrenzte Linie PQ ist daher die Doppellinie der Fläche, ihre Endpunkte P und Q die Cuspidalpunkte.

Die beiden auf der Fläche liegenden Geraden, die schon im vorigen Paragraphen eine Rolle spielten, die Hauptgerade und die Quergerade, sind in der durch Gleichung (4) ausgedrückten Schaar von Geraden enthalten. In der That erhält man für $\alpha=0$:

$$(6) \quad z = \frac{1}{2} x \sin \vartheta, \quad y = 0,$$

und dieselbe Form nimmt auch die Gleichung (IIa § 7) an, wenn man von dem System ξ, η, ζ zu dem neuen System x, y, z übergeht; dies ist also die Hauptgerade. Für $\alpha = \pm \frac{\pi}{2}$ wird ferner:

$$(7) \quad z = -z_1, \quad x = 0;$$

dies ist aber die durch den Punkt Q senkrecht zur centralen Einfallsebene gelegte Gerade, d. h. die Quergerade des vorigen Paragraphen.

Ausser der Doppellinie PQ und den Geraden der Schaar (4) muss die Fläche noch eine weitere Gerade enthalten. Diese findet man folgendermassen: Gleichung (IV_a) kann man schreiben:

$$z = \frac{1}{2} x \sin \vartheta + \frac{(\frac{1}{2} x \sin^3 \vartheta - z_1 \cos^2 \vartheta) y^2}{x^2 + y^2 \cos^2 \vartheta}.$$

Daraus folgt, dass z von y unabhängig wird, wenn:

$$(8) \quad x = \frac{2z_1 \cos^2 \vartheta}{\sin^3 \vartheta};$$

zugleich wird:

$$(8a) \quad z = z_1 \cdot \operatorname{ctg}^2 \vartheta.$$

Beide Gleichungen zusammen drücken eine zur y -Axe parallele Gerade aus. Da diese, als ganz auf der Fläche liegend, von sämtlichen Linien der Schaar (4) geschnitten wird, so bildet sie eine Directrix der Fläche, während die Doppellinie eine zweite Directrix ist. Um die Directrix (8, 8a) zu erhalten, bestimme man denjenigen Punkt R , in welchem sie die Hauptgerade schneidet. Zu dem Zwecke ziehe man (Taf. I Fig. 10) durch R , welcher Punkt nach (8) auf der positiven Seite der Hauptgeraden liegt, eine Parallele zur z -Axe, welche die x -Axe in S trifft. Dann ist $PS = \frac{2z_1 \cos^2 \vartheta}{\sin^3 \vartheta}$ die x -Coordinate von R , $RS = z_1 \operatorname{ctg}^2 \vartheta$, Winkel $PSR = 90^\circ - \vartheta$. Daraus folgt:

$$(9) \quad PR = \frac{z_1 \cos^2 \vartheta}{\sin^3 \vartheta} \sqrt{1 + 3 \cos^2 \vartheta}.$$

Durch den so auf der Hauptgeraden bestimmten Punkt R geht die gesuchte Directrix und ist senkrecht zur Einfallsebene.

Aus den beiden Directrixen ergibt sich nun folgende einfache Erzeugungsweise der in Rede stehenden Fläche: Irgend eine der Geraden der Schaar (4) schneide die Doppellinie in dem Punkte $-z_\alpha$, die andere Directrix in dem Punkte y_α , so ist:

$$z_\alpha = z_1 \frac{\sin^2 \alpha \cos^2 \vartheta}{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha \cos^2 \vartheta}, \quad y_\alpha = \frac{2z_1 \cos^2 \vartheta}{\sin^3 \vartheta} \operatorname{tg} \alpha.$$

Eliminirt man α aus beiden Gleichungen, so kommt:

$$(10) \quad y_\alpha = \pm \frac{2z_1 \cos \vartheta}{\sin^3 \vartheta} \sqrt{\frac{z_\alpha}{z_1 - z_\alpha}}.$$

Bezeichnet man den Punkt, in dem die Doppellinie PQ von einer Geraden geschnitten wird, mit M , während M' der Schnittpunkt derselben Geraden mit der anderen Directrix ist, so lautet (10):

$$(10a) \quad RM' = \pm \frac{2 \cos \vartheta}{\sin^3 \vartheta} \cdot PQ \cdot \sqrt{\frac{PM}{MQ}}.$$

Bewegt sich daher eine Gerade so, dass sie stets die endliche Linie PQ und die unendliche Gerade RM' schneidet, und zwar in zwei solchen Punkten M, M' , die durch die Relation (10a) verbunden sind, so beschreibt diese Gerade bei ihrer Bewegung unsere Interferenzfläche. Diese Entstehungsart ermöglicht eine einfache Darstellung der Fläche mittelst fester Stäbe.

Auch durch Schnitte parallel der centralen Einfallsebene kann man sich leicht ein Bild der Fläche bilden. Der Schnitt mit der Ebene xz wird gebildet von der Hauptgeraden H und der Doppellinie PQ . Schnitte mit parallelen Ebenen zu xz haben die Form der Curven (I), (II) (Taf. I Fig. 11). Zeichnet man diese Schnittcurven, wie in der Figur, in einer Ebene, so haben alle die Hauptgerade zur Asymptote, alle schneiden sich in R und haben eine gemeinsame Tangente in Q ; letzteres folgt daraus, dass $\frac{dz}{dx}$, für $x=0$ und $z=-z_1$ unabhängig von y wird.

Aus der Gestalt der Interferenzfläche können wir in Bezug auf die Lage der Ringe einige Schlüsse ziehen, die durch die Beobachtungen bestätigt werden. Zunächst ergibt sich, dass die centrale Einfallsebene xz eine Symmetrieebene der Fläche ist, nicht aber die Horizontalebene xy , noch die Ebene yz , die wir centrale Querebene nennen wollen. Bei den Beobachtungen ist nun zwar die (parallel der Mikroskopaxe gemessene) Hebung z eines Punktes über die durch P gehende Horizontalebene gemessen, daraus aber auf die Hebung oder Senkung über eine Ebene geschlossen, die durch die Hauptgerade und die y -Axe gelegt, und welche die Hauptebene genannt ist. Ihre Gleichung ist nach (6):

$$z = \frac{1}{2} x \sin \vartheta.$$

Wir betrachten daher für einen Punkt der Fläche die Grössen:

(11)

wo zu

(12) a

[siehe

(Taf.

A

da x'

der L

centr

theilt

Haupt

Theil

in ein

wir z

absol

erken

von 2

haben

negat

ist, a

seits

rizon

daher

sich

Punk

beide

tiefer

von z

treffen

merk

merk

Einf

Inter

U

centr

stante

$$(11) \quad Z = z - \frac{1}{2} x \sin \vartheta = \frac{1}{2} \frac{(x-x') y^2 \sin^3 \vartheta}{x^2 + y^2 \cos^2 \vartheta},$$

wo zur Abkürzung gesetzt ist:

$$(12) \quad x' = \frac{2z_1 \cos^2 \vartheta}{\sin^3 \vartheta} = \frac{2 \cos^2 \vartheta}{\sin^3 \vartheta} \cdot \frac{n^2 - 1}{n} \cdot \frac{\operatorname{tg}^2 \vartheta_1}{\cos \vartheta_1} \cdot d = \frac{2d(n^2 - 1) \cos^2 \vartheta}{\sin \vartheta n^3 \cos^3 \vartheta_1}$$

[siehe Formel (6) § 7 für $PQ = z_1$], sodass x' die Länge PS (Taf. I Fig. 10) ist.

Aus (11) folgt, dass Z nur positiv ist für $x > x'$; und da x' positiv ist, also die Punkte R und S von P aus nach der Lichtquelle hin liegen, so sieht man, dass durch die centrale Querebene die Interferenzfläche in zwei Theile getheilt wird, von denen der lichtferne ganz unterhalb der Hauptebene liegt, während der lichtnahe zu einem kleinen Theile ebenfalls unterhalb der Hauptebene liegt und diese in einer Parallelen zur Quergeraden schneidet. Vergleichen wir zwei Punkte, für die y denselben Werth, x denselben absoluten Werth, aber entgegengesetztes Zeichen hat, so erkennen wir, dass für $x^2 > x'^2$ die beiden zugehörigen Werthe von Z entgegengesetztes, für $x^2 < x'^2$ beide negatives Zeichen haben, dass aber stets derjenige Werth von Z , der dem negativen Zeichen von x zugehörte, absolut genommen grösser ist, als der zweite. Von zwei Punkten der Fläche, die dieserseits und jenseits der centralen Querebene in gleichem (horizontal gemessenen) Abstände von ihr liegen, senkt sich daher der lichtferne stets tiefer unter die Hauptebene, als sich der lichtnahe darüber erhebt; oder, falls die beiden Punkte der centralen Querebene nahe sind, und daher beide unterhalb der Hauptebene liegen, liegt der lichtferne tiefer. Wenn die Beobachtungen sich nur auf solche Werthe von x erstrecken, die an Grösse x' nicht bedeutend übertreffen, so kann die Erhebung über die Hauptebene unmerklich werden, während die Senkung unter dieselbe einen merkbaren Werth hat; und da x' grösser ist bei kleineren Einfallswinkeln, so wird bei diesen ein grosser Theil der Interferenzfläche unterhalb der Hauptebene liegen.

Untersucht man ferner die Werthe von Z in einem zur centralen Einfallsebene parallelen Schnitt, also für ein constantes y , so ergibt sich aus (11), dass sowohl die Erhebung

der lichtnahen Hälfte, als die Senkung der lichtfernen ein Maximum hat (siehe auch Taf. I Fig. 11). Es wird nämlich:

$$\frac{dZ}{dx} = 0 \text{ für } x = x' \pm \sqrt{x'^2 + y^2} \cos \vartheta.$$

Von diesen beiden Werthen von x nennen wir den dem oberen Zeichen angehörigen, der stets positiv und $> x'$ ist, x_o , den zum unteren Zeichen gehörigen, stets negativen, $-x_u$. Zwischen x_o und $-x_u$ wächst Z mit wachsendem x ; jenseits x_o nimmt Z ab, wenn x wächst; jenseits $-x_u$ nimmt der absolute Werth von Z (das ja hier negativ) ab, wenn der absolute Werth des (ebenfalls negativen) x wächst. Zu x_o gehört also die Maximalhebung, zu $-x_u$ die Maximalsenkung. Wir nennen ferner $+Z_o$ und $-Z_u$ die zu x_o und $-x_u$ gehörigen Werthe von Z . Dann ist:

$$Z_o = \frac{1}{2} y^2 \sin^2 \vartheta \frac{\sqrt{x'^2 + y^2 \cos^2 \vartheta}}{x_o^2 + y^2 \cos^2 \vartheta}, \quad Z_u = \frac{1}{2} y^2 \sin^2 \vartheta \frac{\sqrt{x'^2 + y^2 \cos^2 \vartheta}}{x_u^2 + y^2 \cos^2 \vartheta}.$$

Da nun, wie man leicht erkennt:

$$x_o^2 > x_u^2, \text{ so ist } Z_o < Z_u.$$

Die Maximalerhebung der lichtnahen Hälfte ist also immer kleiner, als die Maximalsenkung der lichtfernen; und der Ort der Maximalerhebung liegt von der centralen Querebene weiter ab, als der Ort der Maximalsenkung. Die lichtferne Hälfte senkt sich also schneller und tiefer unter die Hauptebene, als sich die lichtnahe darüber erhebt.

Vergleichen wir verschiedene Parallelebenen zur Ebene xz , so entfernen sich mit wachsendem Werthe von y^2 die Orte der Maximalhebung und -senkung immer weiter von der centralen Querebene. Für nahe Schnitte treten die Maxima sehr bald ein.

Untersucht man endlich Schnitte parallel der centralen Querebene, also für constante x , so erkennt man, dass der absolute Werth von Z mit wachsendem y wächst und sich einer gewissen Grenze asymptotisch nähert. Entfernt man sich also von der centralen Einfallsebene, so nimmt die Erhebung der lichtnahen Hälfte über die Hauptebene, wie die Senkung der lichtfernen unter dieselbe zu. Selbstverständlich gilt dies nicht für $x = 0$ und $x = x'$, für welche beiden Werthe Z constant ist, nämlich resp. $= -PQ$ und $= 0$.

Die eben abgeleiteten Resultate, die die Form der Interferenzfläche betreffen, stimmen mit den Beobachtungen vollkommen überein. Diese Uebereinstimmung aber erstreckt sich nicht nur auf den allgemeinen Charakter der Erscheinung, wie er soeben auf Grund der Theorie, und früher in § 3 (p. 28, 29) auf Grund der Beobachtungen geschildert ist, sondern die nach (11) berechneten Werthe von Z stimmen auch numerisch so gut mit den gemessenen überein, wie die Messungsmethode es erwarten lässt. Wir haben uns von dieser Uebereinstimmung bei zwei Beobachtungsreihen überzeugt, — beide an der Gläsercombination Nr. 1 ($d = 5,0$ mm, $n = 1,54$) angestellt, — deren Ergebnisse schon im ersten Abschnitt § 3 in Tabelle 19 und 21 mitgetheilt sind. In der folgenden Tabelle 33 sind für $\vartheta = 54^{\circ} \frac{3}{4}$ die nach Gl. (11) berechneten und die beobachteten Werthe der Grösse Z , d. h. der Hebungen über, resp. Senkungen unter die Hauptebene, übersichtlich zusammengestellt, und zwar für solche Interferenzorte, deren Projectionen auf die Horizontalebene ein rechteckiges Gitter bilden, wie es die Textfigur 2 (p. 24) zeigt. Im übrigen ist die Tabelle zu verstehen wie Tabelle 19. Die Differenz zwischen dem berechneten und beobachteten Werth ist jedesmal mit kleinen Ziffern rechts neben ihnen vermerkt.

Tabelle 33. $\vartheta = 54^{\circ} \frac{3}{4}$.

| | 1 | 2 | 3 |
|--|---|--|--|
| | mm | mm | mm |
| $C \left\{ \begin{array}{l} \text{berechnet} \\ \text{beobachtet} \end{array} \right.$ | $\begin{array}{l} +0,09 \\ +0,35 \end{array} \begin{array}{l} -0,26 \\ \end{array}$ | $\begin{array}{l} +0,36 \\ +1,40? \end{array} \begin{array}{l} -1,04 \\ \end{array}$ | $\begin{array}{l} - \\ - \end{array}$ |
| $B \left\{ \begin{array}{l} \text{berechnet} \\ \text{beobachtet} \end{array} \right.$ | $\begin{array}{l} +0,12 \\ +0,17 \end{array} \begin{array}{l} -0,05 \\ \end{array}$ | $\begin{array}{l} +0,47 \\ +0,40 \end{array} \begin{array}{l} +0,07 \\ \end{array}$ | $\begin{array}{l} +0,97 \\ +1,67? \end{array} \begin{array}{l} -0,70 \\ \end{array}$ |
| $A \left\{ \begin{array}{l} \text{berechnet} \\ \text{beobachtet} \end{array} \right.$ | $\begin{array}{l} +0,16 \\ +0,12 \end{array} \begin{array}{l} +0,04 \\ \end{array}$ | $\begin{array}{l} +0,51 \\ +0,36 \end{array} \begin{array}{l} +0,15 \\ \end{array}$ | $\begin{array}{l} +0,87 \\ +1,36? \end{array} \begin{array}{l} -0,49 \\ \end{array}$ |
| $Q \left\{ \begin{array}{l} \text{berechnet} \\ \text{beobachtet} \end{array} \right.$ | $\begin{array}{l} -2,05 \\ -1,50 \end{array} \begin{array}{l} +0,55 \\ \end{array}$ | | |
| $a \left\{ \begin{array}{l} \text{berechnet} \\ \text{beobachtet} \end{array} \right.$ | $\begin{array}{l} -0,47 \\ -0,37 \end{array} \begin{array}{l} +0,10 \\ \end{array}$ | $\begin{array}{l} -1,53 \\ -1,44 \end{array} \begin{array}{l} +0,09 \\ \end{array}$ | $\begin{array}{l} -2,63 \\ -2,35 \end{array} \begin{array}{l} +0,28 \\ \end{array}$ |
| $b \left\{ \begin{array}{l} \text{berechnet} \\ \text{beobachtet} \end{array} \right.$ | $\begin{array}{l} -0,21 \\ -0,24 \end{array} \begin{array}{l} -0,03 \\ \end{array}$ | $\begin{array}{l} -0,79 \\ -0,66 \end{array} \begin{array}{l} +0,13 \\ \end{array}$ | $\begin{array}{l} -1,61 \\ -1,17 \end{array} \begin{array}{l} +0,44 \\ \end{array}$ |
| $c \left\{ \begin{array}{l} \text{berechnet} \\ \text{beobachtet} \end{array} \right.$ | $\begin{array}{l} -0,13 \\ -0,17 \end{array} \begin{array}{l} -0,04 \\ \end{array}$ | $\begin{array}{l} -0,51 \\ -0,50 \end{array} \begin{array}{l} -0,01 \\ \end{array}$ | $\begin{array}{l} -1,10 \\ -0,97 \end{array} \begin{array}{l} +0,13 \\ \end{array}$ |

Die berechneten und beobachteten Werthe von Z haben, wie man sieht, nicht nur stets übereinstimmendes Vorzeichen, sondern auch stets nahe gleiche Grösse. Denn abgesehen von den Orten mit ganz verschwommener Interferenzerscheinung (wie die Quergerade und die Punkte C , 2 und B , 3), überschreiten die Differenzen zwischen Beobachtung und Rechnung meist nicht 0,1 mm, sondern bleiben vielfach darunter. Das arithmetische Mittel der absoluten Werthe der Differenzen, mit Ausschluss der eben genannten Punkte, beträgt 0,15 mm. Wenn man erwägt, dass bei den Ablesungen für Z schon die Zehntelmillimeter nur auf Schätzung beruhen, so muss man diese Uebereinstimmung als sehr befriedigend anerkennen.

Tabelle 34 enthält die entsprechende Vergleichung für $\vartheta = 75\frac{1}{2}^\circ$; hier bilden die Projectionen der beobachteten Punkte ein rechteckiges Gitter mit anderen Seitenlängen (vgl. die Vorbemerkungen zu Tabelle 21 p. 27, wo auch angegeben ist, was die Einschliessung einiger Zahlen in eckige Klammern bedeuten soll).

Tabelle 34.

$$\vartheta = 75\frac{1}{2}^\circ.$$

| | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---------------------|---------------------------------|-------------------------------------|-----------------------|-----------------------|
| | mm | mm | mm | mm |
| $D \left\{ \right.$ | ber. +0,11 —0,15 beob. +0,26 | +0,45 —0,16 +0,61 | +1,01 —0,45 +1,46? | — — |
| $C \left\{ \right.$ | ber. +0,15 —0,01 beob. +0,16 | +0,60 —0,32 +0,92 | +1,33 —0,22 +1,55 | +2,34 —0,33 +2,66 |
| $B \left\{ \right.$ | ber. +0,22 +0,01 beob. +0,21 | +0,89 —0,40 +1,29 | +1,95 —0,47 +2,42 | +3,36 —1,10 +4,55? |
| $A \left\{ \right.$ | ber. +0,43 —0,11 beob. +0,54 | +1,63 —0,13 +1,76 | +3,35 +0,48 +2,87 | — — |
| $Q \left\{ \right.$ | | berechnet —3,76 beobachtet —3,78 | —0,02 | |
| $a \left\{ \right.$ | ber. —0,58 +0,14 beob. —0,44 | —2,20 +0,08 —2,12 | —4,53 [—3,05] | — — |
| $b \left\{ \right.$ | ber. —0,26 ±0,00 beob. —0,26 | —1,02 +0,07 —0,95 | —2,24 [—1,30] | — — |
| $c \left\{ \right.$ | ber. —0,16 +0,00 beob. —0,07 | —0,65 [—0,30] | — — | — — |

Die Uebereinstimmung zwischen Rechnung und Beobachtung ist für die lichtferne Hälfte sehr befriedigend und für die lichtnahe Hälfte auch noch hinreichend, besonders, wenn man die am weitesten seitlich gelegenen Interferenzorte aus der Vergleichung ausschliesst, weil sie wegen Verschwommenheit nur höchst unsicher beobachtet werden können.

Wir gehen nun dazu über, die Erhebung oder Senkung der verschiedenen Punkte eines und desselben Ringes zu berechnen. Auch hier wollen wir nicht die Erhebung z über die Horizontalebene, sondern die Erhebung Z über die Hauptebene betrachten. Wenn es sich um verschiedene Punkte desselben Ringes handelt, so findet zwischen den Coordinaten x, y die Gleichung statt:

$$x^2 + y^2 = a^2 = \frac{h \lambda r}{\cos \vartheta}.$$

Eliminiren wir aus dieser Gleichung und aus (11) y , so ergibt sich:

$$(13) \quad Z = \frac{1}{2} \sin \vartheta \frac{(x-x') \left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right)}{\cos^3 \vartheta + \frac{x^2}{a^2}}.$$

Da x höchstens den Werth a erreichen kann, so erkennt man, dass, wenn $a < x'$, der betreffende Ring ganz unterhalb der Hauptebene liegt. Damit dies der Fall sei, ist die Ordnungszahl h nur der Bedingung unterworfen:

$$h < \frac{4d^2(n^2-1)^2 \cos^5 \vartheta}{\lambda r \sin^2 \vartheta n^6 \cos^6 \vartheta_1}.$$

Je kleiner ϑ ist, desto mehr Ringe werden dieser Bedingung genügen. Dies entspricht in der That den Beobachtungen; auch in dem letzten der folgenden Beispiele wird dies hervortreten.

Die Formel (13) wenden wir an zur Berechnung von Z für drei specielle Ringe, welche bei verschiedenen Einfallswinkeln, jedoch an derselben Gläsercombination Nr. 1 ($d=5,0$ mm, $n=1,54$, $r=2100$ mm) beobachtet wurden. Dabei sind bei jedem einzelnen Ringe für $\frac{x}{a}$ die Werthe gewählt $0, \pm \frac{1}{4}, \pm \frac{1}{2}, \pm \frac{3}{4}, \pm 1$; für die letzteren ist natürlich $Z=0$. x' ist dabei nach Formel (12) berechnet, x ist direct

gemessen. Die Werthe von a , die sich bei Ueberstreichung eines ganzen Ringes aus den Messungen ergaben, wichen von den theoretischen Werthen $\sqrt{\frac{h\lambda r}{\cos \vartheta}}$ um 2 bis 3 Proc. ab. Da der Grund dieser Abweichung wahrscheinlich in der unvollkommenen Berührung von Linse und Platte zu suchen ist, so sind für a , und damit für x die gemessenen Werthe zu Grunde gelegt. Wir geben im Folgenden die Resultate der Rechnung aus (13) und stellen die beobachteten Zahlen daneben. (Vgl. Abschnitt I, § 3, Tabelle 23, 24, 25).

Tabelle 35.

$$\vartheta = 54^\circ 44', \quad h = 20, \quad a = 6,34 \text{ mm}, \\ x' = 2,51 \text{ mm} \quad [\text{nach (12) berechnet}].$$

| Punkt | $\frac{x}{a}$ | Z berechn. | Z beobacht. | Differenz |
|------------|---------------|--------------|---------------|-----------|
| | | mm | mm | |
| 2 l. u. r. | -3 | -1,22 | -1,09 | +0,13 |
| 3 l. u. r. | -1 | -2,32 | -2,29 | +0,03 |
| 4 l. u. r. | -1 | -2,80 | -2,43 | +0,37 |
| 5 l. u. r. | 0 | -2,05 | -1,92 | +0,13 |
| 6 l. u. r. | +1 | -0,63 | -1,46 | -0,83 |
| 7 l. u. r. | +1 | +0,27 | +0,11 | +0,16 |
| 8 l. u. r. | +3 | +0,38 | +0,38 | 0,00 |

Tabelle 36.

$$\vartheta = 75\frac{1}{2}^\circ, \quad h = 6, \quad a = 5,56 \text{ mm}, \\ x' = 0,517 \text{ mm} \quad [\text{nach (12) berechnet}].$$

| Punkt | $\frac{x}{a}$ | Z berechn. | Z beobacht. | Differenz |
|-------|---------------|--------------|---------------|-----------|
| | | mm | mm | |
| 2 r | -3 | -1,58 | -1,39 | +0,19 |
| 3 r | -1 | -3,78 | -4,27 | -0,49 |
| 4 r | -1 | -6,70 | -5,18 | +1,52 |
| 5 r | 0 | -3,76 | -3,78 | -0,02 |
| 6 r | +1 | +3,05 | +1,20 | +1,85 |
| 7 r | +1 | +2,58 | +1,98 | +0,60 |
| 8 r | +3 | +1,23 | +0,70 | +0,53 |

Die Uebereinstimmung zwischen Rechnung und Beobachtung ist eine befriedigende. Bedenkt man nämlich, dass erhebliche Fehler in der Messung von Z daraus entspringen müssen, dass die Ringe keine mathematischen Linien sind, sondern sowohl eine gewisse Breite als eine gewisse Tiefe

Tabelle 37.

$$\vartheta = 28\frac{3}{4}^{\circ}, \quad h = 40, \quad a = 7,36 \text{ mm}, \\ x' = 7,00 \text{ mm} \quad [\text{nach (12) berechnet}].$$

| Punkt | $\frac{x}{a}$ | Z berechn. | Z beobacht. | Differenz |
|------------|----------------|------------|-------------|-----------|
| | | mm | mm | |
| 2 l. u. r. | $-\frac{2}{3}$ | -0,34 | -0,35 | -0,01 |
| 3 l. u. r. | $-\frac{1}{2}$ | -0,54 | -0,33 | +0,21 |
| 4 l. u. r. | $-\frac{1}{3}$ | -0,59 | -0,38 | +0,21 |
| 5 l. u. r. | 0 | -0,51 | -0,12 | +0,39 |
| 6 l. u. r. | $+\frac{1}{3}$ | -0,34 | -0,62 | -0,28 |
| 7 l. u. r. | $+\frac{1}{2}$ | -0,17 | -0,35 | -0,18 |
| 8 l. u. r. | $+\frac{2}{3}$ | -0,04 | -0,00 | +0,04 |

besitzen, und erwägt man ferner, dass auch der berechnete Werth von x' ungenau sein muss wegen der Unsicherheit in den Beobachtungsdaten für ϑ und n , so sollte man zwischen Theorie und Beobachtung eher eine grössere Abweichung erwarten, als sie die obigen Tabellen zeigen. Betragen doch die Abweichungen meist nur einige Zehntel, zum Theil nur einige Hundertel Millimeter. In Bezug auf das Vorzeichen von Z , den ungefähren Betrag dieser Grösse, sowie die Aenderung von Z von Punkt zu Punkt stimmen Beobachtung und Messung vollkommen überein. (Eine Ausnahme macht nur Punkt 5 und 6 beim dritten Beispiel). Grössere Abweichungen zwischen Messung und Beobachtung finden sich nur an solchen Punkten, wo die Ringe undentlich werden (besonders Punkt 6); aber auch hier stimmt (mit der eben angeführten Ausnahme) der Gang der Beobachtungen mit der Theorie überein. Wir können daher die Theorie als durch die Beobachtung vollkommen in fast allen Einzelheiten bestätigt ansehen.

Von der Interferenzfläche, welche der Gläsercombination Nr. I und dem Einfallswinkel $\vartheta = 54^{\circ} 44'$ zugehört, haben wir ein Gypsmodell in fünffacher Vergrösserung anfertigen lassen; es reicht nach beiden Seiten von der Hauptgeraden hin etwa so weit, als die Interferenzen überhaupt noch beobachtbar sind. Auf dem Modell sind ausser den Ringen 1 und 20 noch drei gerade Linien verzeichnet: die Hauptgerade, die Quergerade und die zweite Gerade, in welcher

die Interferenzfläche von der Hauptebene geschnitten wird.¹⁾ Nach diesem Modell ist die Fläche in Fig. 12, Taf. I, perspectivisch schräg von vorn gesehen, dargestellt, und zwar fünf-fach verkleinert, also nahezu in natürlicher Grösse.

§ 9. Helligkeitsverhältnisse der Ringe.

Die hier aufgestellte Theorie vermag noch von einer anderen Thatsache Rechenschaft zu geben, davon nämlich, dass die verschiedenen Punkte eines und desselben Ringes nicht gleich deutlich erscheinen. In § 5 ist erörtert, dass zum Zustandekommen der Interferenz in einem einzelnen Punkte, auf den das Mikroskop gerade eingestellt ist, unendlich viel Paare interferirender Strahlen mitwirken. (Eigentlich sind es nicht blos je zwei Strahlen, die interferiren, sondern jedem Paare ordnen sich noch andere zu, die durch mehrfache Reflexion im Innern der Lamelle entstehen. Von diesen ist jedoch am Ende des § 6 gezeigt, dass sie in den obigen Formeln nichts ändern. Wir sehen daher von jenen wiederholten Reflexionen ab und sprechen kurz von Paaren von interferirenden Strahlen.) Von den genannten unendlich vielen Paaren sind bei Aufstellung der bisherigen Formeln nur diejenigen beiden Paare berücksichtigt, bei denen je ein Strahl nach der letzten Brechung längs der Mikroskopaxe ins Auge gelangt, die Hauptpaare. Die Frage ist, welche Wirkung haben die übrigen Strahlenpaare?

Um dies zu untersuchen, gehen wir zu der Bezeichnung des § 6 zurück. Dort war die Richtung der Mikroskopaxe durch die Richtungscosinus $- \alpha, - \beta, + \gamma$ gegen die Axen ξ, η, ζ bestimmt. Es war dann die Wegdifferenz für jedes der beiden Hauptpaare nach (8) und (9) § 6:

$$(1) \quad A_1 = \frac{\chi}{r} (u^2 + v^2 + \varepsilon), \quad A_2 = \frac{\chi}{r} (u^2 + v^2 - \varepsilon),$$

wenn der Kürze wegen mit ε die Glieder von der Ordnung $u^2 \cdot \frac{u}{r}$ bezeichnet werden. Die übrigen interferirenden Strahlenpaare unterscheiden sich nun dadurch von den bisher be-

1) Solche Modelle können zum Preise von 5 Mark durch Sohncke in Karlsruhe bezogen werden.

trachteten; dass für sie die Richtung der einfallenden Wellenebene eine andere ist, dass wir also statt α, β, γ zu setzen haben $\alpha + \delta\alpha, \beta + \delta\beta, \gamma + \delta\gamma$, während ξ, η, ζ unverändert bleiben, da diese anderen Paare ja auch von dem betrachteten Punkte ausgehen. Machen wir diese Substitution in (1), so gehen zugleich u in $u + \delta u$, v in $v + \delta v$, ε in $\varepsilon + \delta\varepsilon$ über. Demnach wird für irgend ein anderes Paar die Wegdifferenz:

$$(2) \quad A' = \frac{\gamma + \delta\gamma}{r} \{ (u + \delta u)^2 + (v + \delta v)^2 \pm (\varepsilon + \delta\varepsilon) \}.$$

Ist nun das auffallende Licht durch eine Linse nahezu parallel gemacht, so werden die sämtlichen ins Auge gelangenden Strahlen nur einen kleinen Kegel ausfüllen, dessen Axe die Mikroskopaxe ist. Es werden also nur kleine Werthe von $\delta\alpha, \delta\beta, \delta\gamma$ in Betracht kommen, und wir können annehmen, $\delta\alpha, \delta\beta, \delta\gamma$ seien höchstens von derselben Grössenordnung wie $\frac{u}{r}$. Infolge dessen werden $\delta\alpha^2, \delta u^2$ etc. Glieder höherer Ordnung, desgleichen $\delta\varepsilon$; denn ε selbst war schon von der Ordnung $u^2 \cdot \frac{u}{r}$, die Glieder von noch höherer aber waren auch im Obigen unberücksichtigt geblieben. Betrachtet man nun, dass nach dem oben aufgestellten Princip für die Minima:

$$A_1 = A_2 = h\lambda, \quad \varepsilon = 0$$

ist, so wird:

$$(3) \quad A' = h\lambda + \frac{2\gamma}{r} (u\delta u + v\delta v) + \delta\gamma \cdot \frac{1}{r} (u^2 + v^2).$$

Im allgemeinen wird daher A' von $h\lambda$ verschieden sein. Sollte aber ein Punkt eine solche Lage haben, dass für ihn $A' = h\lambda$, wie auch $\delta\alpha, \delta\beta, \delta\gamma$ beschaffen sein mögen, so gibt jedes der von jenem Punkte ausgehenden interferirenden Strahlenpaare dort ein Minimum. Jener Punkt erscheint daher absolut dunkel. Ist $A' - h\lambda$ für ein Strahlenpaar sehr klein, so gibt dies Strahlenpaar zwar kein Minimum, aber immer noch eine geringe Intensität, da in dem Ausdruck für die Intensität die Wegdifferenz unter einem Cosinus vorkommt. Wenn also für alle Paare interferirender Strahlen $A' - h\lambda$ nur sehr klein werden kann, so erscheint der betrachtete Punkt zwar nicht absolut dunkel, aber doch von sehr geringer Helligkeit. Kann jedoch $A' - h\lambda$

für eine Anzahl von Strahlenpaaren einen etwas grösseren Werth annehmen, so werden nur einige der von dem betrachteten Punkte ausgehenden Strahlen ein Minimum geben, andere nicht. Die Minima in solchen Punkten werden somit weniger deutlich erscheinen, und um so undeutlicher, je grösser $\mathcal{A}' - h\lambda$ werden kann. Von der Grösse der durch (3) bestimmten Differenz $\mathcal{A}' - h\lambda$ wird somit die grössere oder geringere Deutlichkeit der Interferenzerscheinung abhängen. Zu ihrer Untersuchung drücken wir die drei Richtungscosinus α, β, γ durch zwei unabhängige Grössen aus, setzen also, indem wir wieder den Einfallswinkel ϑ nennen:

$$(4) \quad \alpha = \sin \vartheta \cos \mu, \quad \beta = \sin \vartheta \sin \mu, \quad \gamma = \cos \vartheta.$$

Dann wird:

$$(5) \quad \frac{A_1 + A_2}{2} = \frac{1}{r} \cos \vartheta \{ [\xi + \operatorname{tg} \vartheta \cos \mu (\zeta - \delta_1)]^2 + [\eta + \operatorname{tg} \vartheta \sin \mu (\zeta - \delta_1)]^2 \} = h\lambda.$$

Bezeichnen wir die Aenderungen, welche ϑ und μ erleiden, indem wir von den einem der Hauptpaare zu anderen Paaren übergehen, mit $\delta \vartheta$, resp. $\delta \mu$, so wird:

$$(6) \quad \left\{ \begin{aligned} \mathcal{A}' - h\lambda &= \delta \vartheta \cdot \{ -\operatorname{tg} \vartheta \cdot h\lambda \\ &+ \frac{2 \cos \vartheta}{r} [\xi \cos \mu + \eta \sin \mu + \operatorname{tg} \vartheta (\zeta - \delta_1)] \left[\frac{\zeta - \delta_1}{\cos^2 \vartheta} - \operatorname{tg} \vartheta \frac{d\delta_1}{d\vartheta} \right] \\ &+ \delta \mu \frac{\cos \vartheta}{r} \cdot 2 \operatorname{tg} \vartheta (\zeta - \delta_1) (-\xi \sin \mu + \eta \cos \mu). \end{aligned} \right.$$

Hierin ist jetzt $\mu = 0$ zu setzen, wenn, wie oben, die Mikroskopaxe in der Ebene $\xi \zeta$ liegen soll; direct in (4) und (5) war diese Substitution nicht gestattet, weil wir dann das Glied mit $\delta \mu$ nicht erhalten hätten. Zugleich wird der Differentialquotient $\frac{d\delta_1}{d\vartheta}$ wegen des Werthes von δ_1 [Gl. (5) und (11) § 6] und wegen der Abhängigkeit des Brechungswinkels ϑ_1 vom Einfallswinkel ϑ :

$$\frac{d\delta_1}{d\vartheta} = \frac{d \cdot \sin \vartheta \cdot (n^2 - 1)}{n^2 \cos^3 \vartheta_1}.$$

Berücksichtigt man noch die Gleichungen (2) und (3) § 7, so kann man für den letzten Ausdruck schreiben:

$$\frac{d\delta_1}{d\vartheta} = -\frac{\xi_0}{\sin^2 \vartheta} = \frac{\zeta_0 - \delta_1}{\sin \vartheta \cos \vartheta}.$$

Durch alle diese Substitutionen geht (6) über in:

$$\begin{aligned} \mathcal{A}' - h\lambda = \delta\vartheta \left\{ -\operatorname{tg} \vartheta \cdot h\lambda + \frac{2}{r \cos \vartheta} [\xi + \operatorname{tg} \vartheta (\zeta - \delta_1)] (\zeta - \zeta_0) \right\} \\ + \delta\mu \cdot \frac{2 \sin \vartheta \cdot \eta (\zeta - \delta_1)}{r}. \end{aligned}$$

Geht man noch vom Coordinatensystem ξ, η, ζ zum System x, y, z des § 8 über (was ebenfalls vorher nicht gestattet war, da die Lage des letzteren Systems von ϑ abhängt) und berücksichtigt Gl. (5), so wird:

$$(7) \quad \begin{cases} r(\mathcal{A}' - h\lambda) = \delta\vartheta \cdot \{ -\sin \vartheta (x^2 + y^2) + 2z \cdot x \} \\ \quad + \delta\mu \cdot 2 \sin \vartheta \cos \vartheta y(z + z_1), \end{cases}$$

wobei z_1 dieselbe Bedeutung hat, wie in § 8 [Gl. (2)]. In dem Ausdruck (7) ist zu beachten, dass die Coordinaten x, y, z eines Ringpunktes nicht unabhängig sind, sondern dass dieselben der Gleichung der Interferenzfläche genügen müssen. Benutzt man daher den Ausdruck für z , der sich aus (IVa) § 8 ergibt, so folgt endlich:

$$(8) \quad \begin{cases} r(\mathcal{A}' - h\lambda) = \frac{2(x + z_1)y \cos \vartheta}{x} \{ -y \cos \vartheta \cdot \delta\vartheta + x \sin \vartheta \cdot \delta\mu \} \\ \quad = \frac{[(x^2 + y^2) \sin \vartheta + 2z_1 \cdot x]}{x^2 + y^2 \cos^2 \vartheta} y \cos \vartheta \{ -y \cos \vartheta \cdot \delta\vartheta + x \sin \vartheta \cdot \delta\mu \}. \end{cases}$$

Für senkrechten Einfall ($\vartheta = 0$) ist auch $z_1 = 0$ und $z = 0$, daher $\mathcal{A}' - h\lambda$ stets gleich Null. Bei senkrechtem Einfall sind daher alle Ringpunkte vollkommen deutlich. Gehen wir zu anderen Werthen von ϑ , so folgt aus (8) für die Punkte der centralen Einfallsebene, also für $y=0$:

$$\mathcal{A}' - h\lambda = 0.$$

Alle interferirenden Strahlenpaare, die von einem in der Einfallsebene gelegenen Punkte eines dunklen Ringes ausgehen, haben somit dieselbe Wegdifferenz, unabhängig von der Grösse von $\delta\vartheta$ und $\delta\mu$. Für alle Punkte in der centralen Einfallsebene sind also die dunklen Ringe vollkommen deutlich.

Für die Querrichtung $x=0$ folgt aus (8):

$$r(\mathcal{A}' - h\lambda) = -y^2 \sin \vartheta \cdot \delta\vartheta,$$

und da hier:

$$y^2 = a^2 = \frac{h\lambda r}{\cos \vartheta},$$

so ist:

$$\mathcal{A}' - h\lambda = -h\lambda \operatorname{tg} \vartheta \cdot \delta \vartheta.$$

Ausser von der Grösse von $\delta \vartheta$ hängt dieser Ausdruck von $\operatorname{tg} \vartheta$ und h ab. Es folgt also, dass 1) bei unverändertem Einfallswinkel die Undeutlichkeit mit der Ringzahl wächst, dass 2) aber auch für denselben Ring die Undeutlichkeit mit wachsendem Einfallswinkel grösser wird. Für grosse Werthe von ϑ kann selbst für sehr kleine $\delta \vartheta$ doch $\mathcal{A}' - h\lambda$ bedeutend werden. Man wird daher in der Querrichtung viel weniger Ringe sehen, als in der centralen Einfallsebene. Für das Aufhören der Ringe in der Querrichtung bei nicht senkrechtem Einfall ist damit die wahre Ursache aufgedeckt, während für das Aufhören der Ringe in der centralen Einfallsebene nur das zu nahe Zusammenrücken der benachbarten Ringe massgebend ist. Allerdings kommt in der centralen Einfallsebene noch hinzu, dass die Ringe dort auf der gegen die Horizontale geneigten Hauptgeraden liegen. Accommodirt man nicht auf Punkte dieser Hauptgeraden, so sieht man viel weniger Ringe.

Was ferner die Deutlichkeit der Ringpunkte ausserhalb der Hauptgeraden und der Quergeraden betrifft, so muss man beachten, dass dieselbe von den absoluten Werthen der Factoren von $\delta \vartheta$ und $\delta \mu$ abhängt. Denn $\delta \vartheta$ und $\delta \mu$ selbst können innerhalb gewisser Grenzen alle möglichen positiven und negativen Werthe annehmen. Zu jedem interferirenden Strahlenpaare gehört ein anderes Werthsystem $\delta \vartheta, \delta \mu$, während die Factoren dieselben bleiben, so lange man einen bestimmten Punkt festhält. Geht man aber von einem Punkte zu einem anderen, so ändern sich jene Factoren, während sich die früheren Werthsysteme von $\delta \vartheta$ und $\delta \mu$ wiederholen. Für die relative Deutlichkeit verschiedener Punkte können daher nur jene Factoren bestimmend sein, und zwar nur ihre absoluten Werthe, da das Vorzeichen von $\mathcal{A}' - h\lambda$ für die Intensität des betreffenden Strahlen-

paares gleichgültig ist. Hinsichtlich der absoluten Grösse jener Factoren aber ergeben sich folgende Resultate aus (8):

1) Die centrale Einfallsebene ist auch hier eine Symmetrieebene. Punkte, die in Bezug auf diese Ebene symmetrisch liegen, erscheinen gleich deutlich.

2) Vergleicht man zwei entsprechende Punkte der lichtnahen und lichtfernen Hälfte, d. h. zwei Punkte, deren y -Coordinaten dieselben sind, während die x -Coordinaten gleiche absolute Werthe, aber entgegengesetzte Vorzeichen haben, so wird, da z_1 eine positive Grösse ist, $(x^2 + y^2) \sin \vartheta + 2z_1 \cdot x$ für das positive x grösser, als für das negative. Für das positive x werden daher die absoluten Werthe der Factoren von $\delta\vartheta$ und $\delta\mu$ grösser. Mithin erscheint von jenen beiden Ringpunkten der lichtnahe undeutlicher, als der lichtferne, der stets unterhalb der Hauptebene liegt.

3) Um die Deutlichkeit verschiedener Punkte ein und desselben Ringes zu vergleichen, ist zu beachten, dass dann:

$$x^2 + y^2 = a^2$$

und a constant ist. Setzen wir also:

$$x = a \cos \alpha, \quad y = a \sin \alpha,$$

wo α von $-\pi$ bis $+\pi$ variire, so wird:

$$(9) \left\{ \begin{array}{l} r(\Delta' - h\lambda) \\ = \frac{(a \sin \vartheta + 2z_1 \cos \alpha) \sin \alpha \cos \vartheta}{1 - \sin^2 \alpha \sin^2 \vartheta} \{ -\sin \alpha \cos \vartheta \delta\vartheta + \cos \alpha \sin \vartheta \delta\mu \}. \end{array} \right.$$

Ausser für $\alpha = 0$ werden die Factoren von $\delta\vartheta$ und $\delta\mu$ nochmals = 0, falls:

$$\cos \alpha = -\frac{a \sin \vartheta}{2z_1} = -\frac{\sin \vartheta \sqrt{h\lambda r}}{2z_1 \sqrt{\cos \vartheta}}.$$

Damit dies möglich sei, muss natürlich:

$$(10) \quad h < \frac{4z_1^2 \cos \vartheta}{\lambda r \sin^2 \vartheta}, \text{ d. h. } h < \frac{4d^2 (n^2 - 1)^2 \sin^2 \vartheta \cdot \cos \vartheta}{\lambda r n^6 \cos^6 \vartheta_1}$$

sein. Bei den Ringen, deren Ordnungszahl der Bedingung (10) genügt, d. h. bei den ersten Ringen (und bei einer desto grösseren Zahl, je kleiner ϑ ist), sind auch ausserhalb der centralen Einfallsebene zwei Punkte absolut dunkel; beide gehören der lichtfernen Hälfte an und liegen symmetrisch zur centralen Einfallsebene. Für die Ringe, deren Ordnungszahl

zahl jener Bedingung nicht mehr genügt, ist kein Punkt so deutlich, wie die Punkte der centralen Einfallsebene. Die lichtnahe Hälfte eines Ringes ist stets weniger deutlich, als die lichtferne; und mit wachsender Ordnungszahl nimmt die Undeutlichkeit beider Hälften zu.

Wir begnügen uns mit der Ableitung dieser allgemeinen Resultate, die alle durch die Beobachtung bestätigt sind. Weitere Resultate würden doch nicht mit der Beobachtung vergleichbar sein, da die relative Deutlichkeit sich nur schätzen, nicht messen lässt. Nur über zwei Beobachtungen, von denen namentlich die zweite auffallend ist, glauben wir noch einige Worte hinzufügen zu müssen. Wenn man einmal die Ringe in (nahezu) parallelem Lichte, das andere mal bei freier Flamme betrachtet, so wird im ersten Falle der Kegel, den die von einem Punkte ausgehenden Strahlen ausfüllen, eine kleinere Oeffnung besitzen, als im zweiten Falle. Im zweiten Falle werden daher Strahlen in Betracht kommen, die zu grösseren Werthen von $\delta\vartheta$ und $\delta\mu$ gehören. Dies macht nach dem Obigen für die in der centralen Einfallsebene gelegenen Ringpunkte gar nichts aus; wohl aber wird für jeden der übrigen Ringpunkte $A' - h\lambda$ im zweiten Falle grössere absolute Werthe annehmen können, als im ersten Falle. Es werden also bei freier Flamme die Ringpunkte in der centralen Einfallsebene ebenso deutlich erscheinen, wie in (nahezu) parallelem Lichte, die übrigen Ringpunkte dagegen viel undeutlicher, namentlich in der Querrichtung.

Mit dem Fernrohr und auch mit dem unbewaffneten Auge sieht man ferner in der Querrichtung viel mehr Ringe deutlich, als mit dem Mikroskop. Der Grund dafür kann nach unserer Ansicht nur der sein, dass die in das Mikroskop, das dem gerade betrachteten Punkte sehr nahe steht, gelangenden Strahlen einen Kegel von viel grösserer Oeffnung bilden, als diejenigen Strahlen, die in das sehr viel weiter entfernte Fernrohr (oder unbewaffnete Auge) gelangen. Bei Betrachtung mit dem Mikroskop wird daher $\delta\vartheta$ viel grösser werden können, als bei Betrachtung mit dem Fernrohr. Infolge dessen wird für gleiche Werthe von ϑ und λ

$\lambda' - \lambda\lambda$ im ersten Falle viel grössere absolute Werthe annehmen können, als im zweiten. Im ersten Falle ist daher die Undeutlichkeit desselben Punktes eine weit grössere.

Zusammenstellung der Resultate.

1) Für senkrechte Incidenz ist die bisherige Theorie der Newton'schen Ringe in aller Strenge richtig, für andere Einfallswinkel bildet sie eine erste Näherung.

2) Nach der strengeren Theorie liegen die Ringe nicht in einer Ebene, sondern bilden Curven doppelter Krümmung. Alle Ringe liegen auf einer geradlinigen Fläche dritter Ordnung (IVa, § 8) mit einer endlichen Doppellinie; und diese Fläche ist unabhängig von dem Kugelradius, abhängig dagegen von der Dicke und dem Brechungsexponenten der planparallelen Platte. Projicirt man die Ringe durch Parallele zur Axe des Beobachtungsmikroskops auf eine Horizontalebene, so bilden die Projectionen concentrische Kreise.

3) Die in der centralen Einfallsebene gelegenen Ringdurchmesser liegen alle auf einer geraden Linie, der Hauptgeraden, deren Neigung gegen die Horizontale allein vom Einfallswinkel ϑ abhängt und durch die Gleichung bestimmt ist:

$$\operatorname{tg} \omega = \frac{\sin \vartheta \cdot \cos \vartheta}{1 + \cos^2 \vartheta}.$$

Diese Durchmesser befolgen das Gesetz der Quadratwurzel und haben alle zum Mittelpunkte denjenigen Punkt, in welchem der Berührungspunkt der Kugel und der planparallelen Platte nach der Brechung durch die Platte zu liegen scheint. Die dem Lichte zugewandten Hälften der Durchmesser erheben sich über die Horizontale, die lichtfernen Hälften senken sich darunter.

4) Richtet man das Mikroskop auf den eben genannten Mittelpunkt und verschiebt es längs seiner Axe um eine gewisse, von der Dicke der planparallelen Platte abhängige Grösse nach vorn, zieht dann durch den so erhaltenen Punkt eine Quergerade senkrecht zur centralen Einfallsebene, so trifft diese alle Ringe. Die auf dieser Quergeraden gemessenen (in constanter Tiefe liegenden) Querdurchmesser haben

ebenfalls alle denselben Mittelpunkt und sind den auf die Horizontale projecirten, in der centralen Einfallsebene liegenden Durchmesser gleich. (Projicirt wird durch Parallele zur Mikroskopaxe.)

5) Die lichtferne Hälfte der Ringe senkt sich schneller und tiefer unter die senkrecht zur Einfallsebene durch die Hauptgerade gelegte Ebene, als sich die lichtnahe darüber erhebt. Zum Theil liegt auch die lichtnahe Hälfte noch unterhalb jener Ebene, und einzelne Ringe können, namentlich bei kleineren Einfallswinkeln, ganz unterhalb dieser Ebene liegen.

6) Während man, um irgend einen Ringpunkt deutlich zu sehen, das Mikroskop auf einen bestimmten Punkt einstellen muss, ist Analoges beim dunklen Centralfleck nicht der Fall. Hat man das Mikroskop auf diesen eingestellt, so kann man es in seiner Axe beliebig verschieben, ohne dass der dunkle Fleck aus dem Gesichtsfelde verschwindet.

Alle diese Resultate, die durch die Beobachtungen des ersten Theiles festgestellt sind, ergeben sich als nothwendige Folgerungen aus der im zweiten Theile aufgestellten Theorie. Die wesentliche Grundlage der Theorie bildet das in § 5 erläuterte Zusammenwirken der unendlich vielen Strahlen, die von einem Punkte ausgehen. Die Theorie gibt endlich auch davon Rechenschaft, dass nicht alle Punkte eines Ringes gleich deutlich erscheinen, dass vielmehr völlig deutlich die Interferenz nur für Punkte der centralen Einfallsebene ist, während sie für alle übrigen Punkte, namentlich auch die in der Quergeraden liegenden, um so undeutlicher wird, je mehr man sich vom Ringcentrum entfernt.

Anhang. Wendet man die oben (§ 5 und 6) auseinandergesetzte Methode zur Bestimmung der an einem keilförmigen Blättchen mit kleinem Winkel entstehenden Interferenzstreifen an, so werden die Entwicklungen einfacher als die obigen 1) wegen des Fehlens der Brechung vor der Lamelle, 2) weil die Reflexion an einer Ebene statt an einer Kugel erfolgt. Man gelangt dann zu folgenden Resultaten: Der Anfangspunkt O liege in der Kante des Keils, diese Kante selbst sei die Axe η , die Axe ξ sei senkrecht zu η in der

Ober
O au
des
des
falle
nus
also
Pun
nirte
 A_1
währ
die V
 $A_1 =$
Darin
bei d
halte
hinei
 β, γ
des I
geste
(1)
(2)
Führ
z mit
axe p
(3)
sodass
chung
gende
(1a)
Aus d
stets

Oberfläche des Keils, und zwar sei die positive ξ -Axe von O aus nach derjenigen Seite hin gerichtet, nach der die Dicke des Keils wächst. Die Axe ζ sei senkrecht zur Oberfläche des Keils und positiv nach oben. Das von O auf die einfallende Wellenebene gefällte Loth habe die Richtungs-*cosinus* α, β, γ ; die Richtungs-*cosinus* der Mikroskopaxe seien also $-\alpha, -\beta, +\gamma$. Stellt man das Mikroskop auf einen Punkt ξ, η, ζ ein, so ist die Wegdifferenz des in § 5 definierten einen Hauptpaares:

$$A_1 = 2\varepsilon n \gamma_1 \left(\xi + \frac{\alpha}{\gamma} \zeta \right) + 2\varepsilon^2 \left\{ \alpha \left(\xi + \frac{\alpha}{\gamma} \zeta \right) - \frac{n^2 \gamma_1^2}{\gamma} \left(1 + \frac{\alpha^2}{\gamma^2} \right) \zeta \right\},$$

während das zweite Hauptpaar der interferirenden Strahlen die Wegdifferenz besitzt:

$$A_2 = 2\varepsilon n \gamma_1 \left(\xi + \frac{\alpha}{\gamma} \zeta \right) - 2\varepsilon^2 \left\{ \alpha \left(\xi + \frac{\alpha}{\gamma} \zeta \right) - \frac{n^2 \gamma_1^2}{\gamma} \left(1 + \frac{\alpha^2}{\gamma^2} \right) \zeta \right\}.$$

Darin ist ε der kleine Winkel der beiden Keilflächen, und bei der Entwicklung von $\sin \varepsilon, \cos \varepsilon$ etc. ist noch ε^2 beibehalten. γ_1 ist der *Cosinus* des Winkels, den der in den Keil hineingebrochene Strahl, dessen ursprüngliche Richtung α, β, γ war, mit der Axe ξ bildet, n der Brechungsexponent des Mediums, das den Keil bildet. Nach dem in § 5 aufgestellten Princip ist für die Minima erforderlich:

$$(1) \quad 2\varepsilon n \gamma_1 \left(\xi + \frac{\alpha}{\gamma} \zeta \right) = h \cdot \lambda,$$

$$(2) \quad \alpha \left(\xi + \frac{\alpha}{\gamma} \zeta \right) - \frac{n^2 \gamma_1^2}{\gamma} \left(1 + \frac{\alpha^2}{\gamma^2} \right) \zeta = 0.$$

Führt man ein neues Coordinatensystem x, y, z ein, sodass x mit ξ, y mit η zusammenfällt, während z der Mikroskopaxe parallel ist, setzt zugleich:

$$(3) \quad \alpha = \pm \sin \vartheta \cos \mu, \quad \gamma = \cos \vartheta,$$

sodass ϑ der Einfallswinkel wird, ϑ_1 der zugehörige Brechungswinkel, so nehmen die Gleichungen (1) und (2) folgende Form an:

$$(1a) \quad x = \frac{h \lambda}{2\varepsilon n \cos \vartheta_1}, \quad (2a) \quad z = \pm \frac{\sin \vartheta \cdot \cos \mu \cdot x}{n^2 \cos^2 \vartheta_1 (1 + \tan^2 \vartheta \cos^2 \mu)}.$$

Aus diesen Gleichungen folgt, dass die Interferenzstreifen stets der Kante des Keils parallel sind. Projicirt man durch

Parallele zur Mikroskopaxe die Streifen auf die horizontale Oberfläche des Keils, so gilt für die Entfernung der Projection des h . Streifens von der Kante die Gleichung (1a); jene Entfernung ist nur vom Einfallswinkel, nicht von der Orientirung μ der Einfallsebene abhängig. Aus (2a) folgt, dass die sämtlichen Streifen stets in einer durch die Kante gehenden Ebene liegen, deren Neigung noch von μ abhängt, sodass, wenn die Einfallsebene sich dreht, ohne dass der Einfallswinkel geändert wird, die Ebene der Streifen sich um jene Kante dreht. Von dem doppelten Zeichen der Gleichung (2a) gilt das obere, wenn die Lichtquelle von der Kante aus nach der positiven Seite von x (also nach der Seite, auf welcher der Keil sich befindet) liegt, das untere, wenn die Lichtquelle auf der negativen Seite von x liegt. Im ersten Falle liegt die Ebene, in der sich alle Streifen befinden, oberhalb der Oberfläche des Keils, im zweiten unterhalb. Für $\mu = 0$, d. h. wenn die Einfallsebene zur Kante senkrecht liegt, stimmt Gleichung (2a) mit der von Feussner gefundenen Formel überein. (S. Gl. (42) der oben citirten Arbeit von Feussner).

Was die Deutlichkeit betrifft, so sei für irgend eines der interferirenden Strahlenpaare, die von einem bestimmten Punkte ξ, η, ζ ausgehen, Δ die Wegdifferenz, während die Richtung des einen Strahles dieses Paares durch $\vartheta + \delta\vartheta$, $\mu + \delta\mu$ bestimmt ist. Während nun für die beiden Hauptpaare die Wegdifferenz $\Delta_1 = \Delta_2 = h\lambda$ ist, ist für das hier betrachtete Paar:

$$\Delta = h\lambda - \frac{h\lambda \sin \vartheta \cdot \cos^2 \vartheta \cdot \sin \mu}{n^2 \cos^2 \vartheta_1 (\cos^2 \vartheta + \sin^2 \vartheta \cos^2 \mu)} \cdot \{ \delta\vartheta \cdot \cos \vartheta \sin \mu + \delta\mu \cdot \sin \vartheta \cos \mu \}$$

Man erkennt, dass nur für $\vartheta = 0$ oder $\mu = 0$ die Factoren von $\delta\vartheta$ und $\delta\mu$ verschwinden, dass also nur bei senkrechter Incidenz, oder wenn bei einem anderen Einfallswinkel die Einfallsebene zur Kante senkrecht steht, die Streifen vollkommen deutlich werden. Im übrigen nimmt die Undeutlichkeit mit μ zu, sowie mit der Ordnungszahl h des Streifens. Immer aber muss man auf eine bestimmte Ebene, die durch (2) oder (2a) bestimmt ist, accommodiren, um die Streifen noch möglichst deutlich zu sehen. Accommodirt man auf

einen anderen Ort, so kann man nur eine viel unvollkommenere Interferenz wahrnehmen. Selbst dann aber müssen die Streifen der Kante des Keils parallel bleiben, da unter allen Umständen die Wegdifferenz der interferirenden Strahlen von der Coordinate η unabhängig ist. Eine Drehung der Streifen aus dieser parallelen Lage heraus, wie sie Hr. Feussner aus seiner Theorie ableitet, ist mit unserer Theorie unvereinbar.

Karlsruhe und Berlin, im October 1880.

IV. *Ueber die Entladung der Electricität in verdünnten Gasen; von Eugen Goldstein.*

(Fortsetzung von p. 109.)

Die zahlreichen Darstellungen, welche in letzter Zeit zur Theorie der electrischen Entladung veröffentlicht worden sind, mögen es verzeihlich erscheinen lassen, wenn ich im Anschluss an meine aus den Monatsberichten übernommenen beiden Arbeiten ebenfalls, unter Beifügung anscheinend stützender Thatsachen, einige Hypothesen skizzire, welche mir für eine Erklärung in erster Annäherung bis jetzt als die zweckmässigsten erscheinen.

Bevor ich auf Allgemeineres eingehe, möchte ich indess erst die oben (p. 109) über das Wesen des positiven Lichts gezogenen Folgerungen noch etwas vervollständigen. Ich schliesse direct an den dortigen Text an.¹⁾

Lässt man den Magnet auf das Licht in einem der

1) Die nachfolgenden Ergänzungen p. 249 — 252 schlossen sich bereits in meinem Berichte an die Academie gegebenen Ausführungen an, mussten vom Abdruck, um den disponibeln Raum nicht zu überschreiten, indess mit mehreren abgeschlossenen Artikeln des Berichts fortbleiben. Zugleich konnten nach der Natur der Veröffentlichung textuelle Umgestaltungen an dem zum Abdruck bestimmten Theil nicht vorgenommen werden. Ich bemerke dies, um die früher (p. 108) wiederholt auftretende, scheinbar zwecklose Betonung der schalenförmigen positiven Maxima zu erklären; der jetzt folgende Abschluss dürfte den Zweck jener Accentuirung zeigen.

Fortsätze des Gefäßes Taf. I Fig. 12 wirken, so fällt zunächst die geringe Kraft auf, welche der Magnet zu einer Ablenkung der Phosphoreszenzflächen an den Enden der Fortsätze zu besitzen braucht, gegenüber der bedeutenden Intensität des Magnetismus, welche für merkliche Verschiebungen von Phosphoreszenzflächen erforderlich ist, die durch Kathodenstrahlen erzeugt werden.

Diese leichte Ablenkbarkeit, welche ich am positiven Lichte gegenüber dem Kathodenlicht schon früher hervorhob¹⁾ bezeugt von neuem, dass die hier betrachtete Phosphoreszenz nicht durch Kathodenstrahlen verursacht wird. Entsprechend sieht man, dass die Phosphoreszenzfläche, magnetisch verschoben, immer auf der Glaswand ruht, wo das magnetisch abgelenkte positive Licht dieselbe schneidet.

Das Wichtigste, was der Magnet erkennen lässt, ist jedoch die Thatsache, dass die in dem Fortsatz verlaufende Lichtmasse immer nur wie ein einfacher Strom abgelenkt wird; also z. B., wenn der Fortsatz äquatorial gegen einen unter oder über ihm aufgestellten Hufeisenmagnet gerichtet ist, wird das ganze Licht entweder nach oben, oder das ganze nach unten abgelenkt. Daraus folgt, dass die in einen Fortsatz eingedrungenen Strahlen, auch nachdem sie das Ende des Fortsatzes erreicht haben, sich nicht wieder zurückbiegen, um den Weg nach der Anode durch die Mündung des folgenden angesetzten Rohres zu gewinnen.

Somit gehören die Strahlen, welche in den verschiedenen Fortsätzen sich ausbreiten und Phosphoreszenz hervorrufen, verschiedenen Strahlenbündeln an; die Strahlen enden, wo sie eine feste Wand schneiden und in jedem der im Winkel an einander gefügten Rohre setzt die Entwicklung der Strahlen von neuem an.

Als die Stellen, von denen die neue Strahlung in jedem Rohrstück ausgeht, werden wir die Maxima anzusehen haben, die sich am Eingang jedes Rohrstücks bilden. Schon oben (p. 108) habe ich auf die Aehnlichkeit dieser Maxima mit den an der negativen Begrenzung liegenden Theilen positiver

1) Goldstein, Berl. Monatsber. p. 282. 1876.

Schichten — ich pflege diese Theile „Schichtköpfe“ zu nennen — hingewiesen. Das Licht, das bei den hier in Frage kommenden Dichten die Röhren durchzieht, wird man zunächst versucht sein, als einfache ungeschichtete Säulen zu bezeichnen, die von den an den Mündungen liegenden Maximis ausgehen. Steigert man die Gasdichte ein wenig, so bemerkt man, dass an der Mündung jedes Rohres und hinter jeder Biegung Schichtköpfe von ganz besonders scharfer Zeichnung liegen, von ganz derselben Form und Lage, wie die am Eingang der Rohrstücke und hinter den Biegungen bei geringerer Dichte beobachteten Maxima.

Der hellste Theil einer jeden positiven Schicht liegt an ihrem Kopfe, das Helligkeitsminimum da, wo sie an den Kopf der nächsten Schicht stösst; je stärker von einer gewissen Dichte ab die Gasverdünnung wird, desto mehr steigt die relative Helligkeit der auf den Kopf folgenden Theile der Schicht an und nähert sich der Helligkeit des Kopfes selbst. Schliesslich sind alle Theile der Schicht gleich hell geworden, und da das Ende jeder Schicht an den Kopf der folgenden Schicht unmittelbar anstösst, sind die einzelnen Schichten dem Auge dann nicht mehr unterscheidbar, sondern sie bilden zusammen eine einzige Lichtsäule von gleichmässiger Helligkeit. Der Uebergang der Schicht in eine anscheinend homogene Masse wird dadurch unterstützt, dass gleichzeitig die Kopfbegrenzung der Schichten nebliger und weniger scharf wird. Jede einzelne Schicht bleibt bis zu desto geringerer Dichte erkennbar, je grösser der anfängliche Helligkeitsabfall und die Schärfe der Begrenzung bei ihr war; die schärfste Begrenzung und der grösste Helligkeitsunterschied zwischen Kopf und Ende zeigt in jedem Theil eines zusammengesetzten Gefässes aber diejenige Schicht, welche an der zur Kathode gekehrten Mündung des Theilstücks liegt; ihr Schichtkopf bleibt demnach noch erkennbar, wenn alle anderen Schichten des Rohres für das Auge nicht mehr zu trennen sind.

Sofern man nun glaubt, wie z. B. ich selbst, dass das Wesen der Schichtung nicht bloss in der Alternation der Lichtintensität besteht, sondern dass dieselbe auf einer tie-

feren Differenzirung der Entladung beruht, für welche die verschiedene Lichtintensität nur ein accidentelles Merkmal ist — so kann man annehmen, dass in einer für das Auge ungeschichteten Entladungsstrecke die Schichten doch noch existiren, wenngleich sie ihr Vorhandensein nicht in der gewohnten Weise leicht erkennbar machen.

Nähert man einem bis zum Auslöschen der Schichtung evacuirten Rohr einen ganz schwachen Magnet, so tritt auch in der That wieder Schichtung des Lichtes auf.

Somit werden wir schliessen, dass das schalenförmige Maximum am Eingang des Rohrstücks ein Schichtkopf ist, und dass die Strahlen, welche an dem Ende eines Fortsatzes Phosphorescenz erregen, Strahlen sind, wie sie vom Kopfe einer Schicht sich ausbreiten.

Die letztere Bestimmung lässt sich mit Hülfe des Magnet noch mehr präcisiren. Bringen wir das Rohr $\alpha - x$ (Taf. I Fig. 13), das etwa 3 dem Länge hat, in äquatoriale Lage gegen einen schwachen Hufeisenmagnet, dessen Axiallinie die Röhre sehr nahe bei α schneidet, so werden die von dem Schichtkopf α ausgehenden Strahlen sichtbar gekrümmt und gegen die Wand geworfen. Gleichwohl behält die Phosphoreszenzfläche bei x ungeändert ihre Lage bei. Erst wenn man den Magnet von α weg weiter nach x hin verschiebt, bemerkt man, dass die Fläche bei x in Bewegung kommt.

Daraus ergibt sich, dass, obwohl wir annehmen mussten, bei α beginne ein neues Strahlensystem, auch dieses Strahlensystem noch nicht dasjenige ist, welches die Phosphorescenz bei x erregt. Somit müssen wir in dem Rohr $\alpha - x$ noch ein ferneres Strahlensystem annehmen, welches zu irgend einer der zwischen α und x liegenden Schichten gehörig, das Licht bei x hervorbringt: d. h. wir gelangen dazu, die Strahlen der verschiedenen Schichten, in welche die Lichtsäule eines Rohrs zerfällt, als getrennte, verschiedene Strahlensysteme anzusehen. Schon bei einer anderen Gelegenheit¹⁾ hatte ich dasselbe Resultat aus anderen Erscheinungen gefolgert, und so, glaube ich, hat die Bestätigung jener Folge-

1) Goldstein, Wied. Ann. 11. p. 847. 1880.

nung eine neue Stütze geliefert für die dort von mir vertretene weitere Annahme: dass ebenso viel neue Ausgangspunkte der Entladung auf einer zwischen zwei Electroden gelegenen Gasstrecke vorhanden sind, als dieselbe secundäre negative Büschel oder Schichten zeigt.

In den beiden vorhergehenden Aufsätzen (11. p. 832 u. 12. p. 90) und eingehender in meiner Arbeit: „Eine neue Form electricischer Abstossung (Berlin bei Springer) habe ich gezeigt, dass die Entladung nicht wesentlich vermittelt sein kann durch fortschreitende Bewegungen der Gastheilchen. Dieselben Erwägungen, welche der Ueberführung der Electricität durch fortschreitende Gaspartikeln widersprechen, schliessen zum grössern Theil unmittelbar auch die Annahme aus, dass andere ponderable Theilchen, für welche der Entladungsraum zugänglich ist, eine wesentliche Rolle als Träger der Electricität bei der Entladung übernehmen. Solche Theilchen könnten abgeschleuderte Theile der Electrodensubstanz, Partikeln der Gefässwand oder Staubtheilchen sein.

Die Annahme, dass wenigstens die Kathodenstrahlen durch abgeschleuderte Theile der Electrodenmaterie erzeugt werden, wird neuerdings von Gintl¹⁾ und von Puluj²⁾ vertreten. Man kann gegen sie zahlreiche Argumente geltend machen³⁾ auch ausser denen, welche gleichzeitig gegen eine Convection speciell durch die Theilchen des Gases sprechen. Ich will auf einige Punkte kurz eingehen. Früher (11. p. 838) habe ich erwähnt, dass bei der Entladung ein in einem Isolator angebrachtes Porensystem, wie auch schon eine einzelne relativ enge Oeffnung Strahlen aussendet, deren Eigenschaften den von einer Metallkathode ausgehenden electricischen Strahlen äquivalent sind. Die Strahlen der engen Oeffnungen haben z. B., worauf es hier namentlich ankommt, geradlinige Ausbreitung und die Fähigkeit der Phosphorescenzerregung.

1) Gintl, Studien über Crookes' strahlende Materie, Prag 1880.

2) Puluj, Wien. Acad. Anzeiger 1880. Nr. 10. (Auszug).

3) Hr. E. Wiedemann (Wied. Ann. 10. p. 252. 1880) glaubt, aus den v. Zahn'schen Versuchen (Wied. Ann. 8. p. 675. 1879) auf die Unmöglichkeit der Gintl-Puluj'schen Ansicht schliessen zu dürfen.

Eine Erklärung durch abgeschleuderte Polsubstanz ist hier ausgeschlossen.

Die durch Porensysteme imitirten Kathoden stellen specielle Fälle der Erscheinung des secundären negativen Lichtes dar, welches an beliebig weiten Oeffnungen mit den Eigenschaften der geradlinigen Ausbreitung der Phosphorescenzerregung etc. auftritt, wenn diese Oeffnungen an Diaphragmen, Communications- oder eingeschobenen Röhren in Gefässen liegen, deren Querschnitt selbst wieder gross ist zur Weite der Oeffnung. Der Hinblick auf diese mit Eigenschaften des Kathodenlichts ausgestatteten Strahlenbüschel weiter Oeffnungen schützt auch die Versuche an engen Oeffnungen gegen den Einwurf, dass die Uebereinstimmung ihrer Strahlen mit den Kathodenstrahlen auf einer convectionen Wirkung von Theilchen beruhen, welche etwa aus der Isolatorsubstanz vom Rande der Oeffnung losgerissen würden.

Weiter oben (p. 106) ist ferner gezeigt worden, dass auch das positive Licht bei starker Evacuation geradlinige Ausbreitung besitzt und Phosphorescenz erregt; es kann nicht rationell erscheinen, für die Erscheinungen des Kathodenlichts eine Erklärung aufzustellen, deren Princip für die gleichen Eigenschaften des positiven Lichts unverwendbar ist.

Am überzeugendsten aber dürfte wohl die folgende Erfahrung sprechen, die ich bei den Versuchen über die Deflexion machte. Den letzteren Namen schlug ich in der vorhin citirten Schrift für die darin näher behandelten Strahlenablenkungen vor, von denen ich oben (p. 100) für die Bestimmung der electricischen Fortpflanzungsgeschwindigkeit Gebrauch gemacht habe. Als bekannt darf ich voraussetzen, dass eine Aluminiumkathode auch bei stundenlanger Benutzung keine Deposita auf der Wandung abgelagert, während eine Kathode aus nicht zu dickem Platindraht in kurzem die vom Kathodenlichte bespülte Wandung mit einem schliesslich undurchsichtigen Metallspiegel überzieht. In den Boden eines Entladungscylinders werden der Gefässaxe parallel zwei gerade glatte Drahelectroden *a* und *b* eingesetzt. Fun- giren beide gleichzeitig als Kathoden derselben Entladung, so lenkt jeder der beiden Drähte die in seiner Nähe vorbe-

streichenden Strahlen des anderen im Sinne einer Abstossung ab. Auf der Gefässwand liegen dann, wie erwähnt, zwei scharf umgrenzte Flächen, von denen die eine keine Strahlen von *a* erhält, während auf die andere keine von *b* ausgesandten electricischen Strahlen auftreffen. Bei einer der Phosphorescenzerregung günstigen Dichte heben beide Flächen sich durch grosse Deutlichkeit von der hell phosphorescirenden Umgebung ab. Diese Erscheinung wird auch, wenn eine der Kathoden (*a*) aus Platin, die andere wie gewöhnlich aus Aluminium besteht, beobachtet, bis die wachsende Dicke des Platindepositums die Phosphorescenz der Wandung überhaupt verhindert.

Nach der Gintl-Puluj'schen Auffassung müsste nun offenbar diejenige Fläche der Glaswand, auf welche keine Strahlen der Platinkathode auffielen, auch frei von Platinbelag sein. Untersucht man indess die Glaswand, so findet man, dass die infolge der Deflexion bei höherer Dichte von den direct sichtbaren blauen Kathodenstrahlen, bei geringer Dichte von der Phosphorescenz entblösste Fläche ganz ebenso mit Platin belegt ist wie ihre Umgebung, und ganz so, wie man es in Cylindern beobachtet, wo nur der Platin draht allein als Kathode fungirt, während *b* neutral bleibt. Es werden also die Strahlen des Kathodenlichts abgelenkt, nicht aber die abgeschleuderten Electrodentheilchen — beide können also in keinem wesentlichen Zusammenhange stehen.

Auf eine Fortbewegung materieller Theilchen, sei es des Gases oder der Electroden substanz, ist also die Entladung nicht zurückzuführen. Aus den Versuchen über die Grössenordnung der electricischen Fortpflanzungsgeschwindigkeit im Verein mit den geltenden Anschauungen über die Constitution der Gase folgt, dass auch die Berücksichtigung von Oscillationen dieser Theilchen eine genügende Erklärung nicht liefern kann, und gleich unfruchtbar bleibt die Hinzunahme rotirender Bewegungen.

Die Gefässwand verhält sich bei dem Uebergange der Electricität in dem von ihr umschlossenen Raume nicht ganz indifferent; sie zeigt selbst Ladungs- und Entladungserscheinungen, welche für die Hauptentladung zwischen den Metall-

electroden jedenfalls nicht ganz einflusslos erscheinen. Wollte man indess so weit gehen, etwa losgerissenen Theilchen, welche die Gefässwand bei ihrer Entladung verliessen, diejenige Rolle zuzuthemen, welche in den vorher betrachteten Auffassungen Gastheilchen wie Electrodenthailchen nicht durchzuführen vermochten, so ist diese Annahme, von allen neu hinzukommenden Bedenken abgesehen, dem grössten Theil der gegen die frühere Hypothese erhobenen Einwürfe ausgesetzt.

Beim Electricitätsverluste schwach geladener Leiter in freier Luft oder nicht besonders gereinigten Gasen überhaupt, spielt der in den Gasen suspendirte Staub nach neueren Untersuchungen eine früher ungeahnte bedeutende Rolle. In fast allen Fällen, in denen man früher eine Gasmasse als Träger statischer Electricität ansah, muss man — wo Flüssigkeitströpfchen ausgeschlossen sind — gegenwärtig lediglich den in dem Gase suspendirten Staub als das Vehikel der Electricität betrachten. Eine Hypothese, welche dem Staub auch für die strömende Electricität in Gasen einen analog wesentlichen Einfluss zuschriebe, wie für die statische, wäre denkbar; indess lässt sich früher Ausgeführtes unschwer auch zur Widerlegung einer derartigen Annahme anwenden.

Durch die Bewegungen ponderabler Theilchen kann also die Entladung überhaupt nicht erklärt werden; es folgt somit aus den Versuchen, welche letzteres beweisen, direct, dass als Substrat der Entladung dasjenige Medium wesentlich betheiligt sein muss, welches ausser den Gasmoleculen, den Partikeln der Electroden, der Wandung und sonstiger fester Substanzen nach den gegenwärtigen Anschauungen den Entladungsraum allein noch erfüllt: der Aether.

Die Entladung ist nach meiner Vermuthung ein Process, der im freien Aether vor sich geht. Ich habe diese Auffassung bereits in meiner mehrfach erwähnten Schrift (p. 189) angedeutet, und will der dortigen Bemerkung hier einige näher begründende Ausführungen folgen lassen.

Hittorf¹⁾ fand, dass der Widerstand des positiven Lichtes mit wachsender Gasverdünnung stetig sich verrin-

1) Hittorf, Pogg. Ann. 136. p. 1. 1869.

gert; im Gegensatze hierzu glaubte er im Kathodenlichte wie an der Kathodenoberfläche einen mit fortschreitender Verdünnung wachsenden Widerstand constatiren zu können. Aenderungen in Form und Grösse der Anode beeinflussen den Widerstand nicht. Der grosse Widerstand, welcher sich bei starker Evacuation der Entladung entgegenstellt und schliesslich zu ihrem Erlöschen in einem möglichst vollkommenen Vacuum führt, sei daher lediglich bedingt durch die Widerstände an der Kathodenfläche und in dem vom Kathodenlicht erfüllten Raume. Nachdem ich erkannt hatte, dass die Charactere des negativen Lichtes an jeder beliebigen Stelle der positiven Lichtsäule durch blosse Querschnittsänderung des Entladungsraumes sich hervorrufen lassen, und dass jede einzelne positive Schicht nichts ist, als ein modificirtes Büschel negativen Lichts, wurde jener Gegensatz von Kathodenlicht und positivem Lichte mir ebenso zweifelhaft, wie schon früher eine grosse Zahl anderer vermeintlicher Gegensätze zwischen beiden, deren Aufhebung mir bereits gelungen war.

In der That fand ich, dass ganz wie für das positive Licht, auch der Widerstand des Kathodenlichts bei geringen Gasdichten verschwindend wird gegen den Gesamtwiderstand der Entladung. D. h. also, da ein specifischer Widerstand an der Anode nicht besteht, da ferner, wie erwähnt, auch der Widerstand des positiven Lichtes gegen den Gesamtwiderstand der Entladung verschwindet: der Widerstand gegen die Entladung bei sehr starker Evacuation liegt wesentlich an der Kathodenoberfläche.

Meine hierher gehörigen Versuche wurden nicht wie die von Hittorf mittelst des Galvanometers, sondern mittelst des hier wohl zweckmässigeren Funkenmikrometers angestellt. Das Funkenmikrometer wurde in eine von den Electroden ausgehende Nebenschliessung zur Entladung eingeschaltet und für verschiedene Gasdichten und Längen des Kathodenlichts die Poldistanzen des Mikrometers verglichen, bei welchen die Ströme des Inductoriums entweder nicht mehr

durch die evacuirte Röhre oder nicht mehr durch das Mikrometer gingen.¹⁾

1) Die Polkugeldistanzen des Funkenmikrometers, welche den beiden Fällen dieser Alternative entsprechen, sind nicht ganz identisch. Die Entladungen gehen nicht bis zu einer gewissen Kugeldistanz ausschliesslich durch die evacuirte Röhre und dann bei einer beliebig kleinen Verengerung dieser Distanz ausschliesslich durch die Luftstrecke zwischen den Polkugeln über; sondern zwischen denjenigen Kugeldistanzen, bei welchen die Entladung stets nur den einen beider Wege einschlägt, liegen Stellungen des Mikrometers, bei welchen alternirend bald dieser, bald jener Weg gewählt wird, der eine immer seltener, je näher man der Distanz kommt, bei welcher nur noch der andere verfolgt wird. Dieser scheinbar labile Character des Röhrenwiderstandes stört die Genauigkeit der hier in Frage kommenden Messungen nicht; man kann die Widerstände vergleichen, indem man die Kugeldistanzen vergleicht, bei welchen eine bestimmte Zeit hindurch, z. B. zwei Minuten lang, kein Funke in der Röhre oder zwischen den Mikrometerpolen mehr übergeht. Bei Wiederholungen stimmten die so gemessenen Kugeldistanzen bis auf $\frac{1}{60}$ mm, d. h. bis auf Bruchtheile eines Procents der Kugeldistanz untereinander überein. Das Alterniren der Entladungswege bei gewissen Kugeldistanzen dürfte mindestens zum Theil auf derselben Ursache beruhen, wie die nachfolgende meines Wissens noch nicht beschriebene Erscheinung, welche ich ebenfalls bei diesen Versuchen beobachtete.

Wenn man das Funkenmikrometer als Nebenschliessung einer evacuirten Röhre einschaltet, welche Oeffnungs- und Schliessungsstrom durchlässt, so verlässt bei successiver Annäherung der Mikrometerkugeln der Oeffnungsstrom vollständig die Röhre und geht ganz in freier Luft über, während der Schliessungsstrom mit ungeschwächtem Licht in der Röhre verbleibt. Man kann dann also die Entladungen des letzteren durch das verdünnte Gas gesondert von denen des Oeffnungsstroms studiren, während man bisher, wenn kein Disjunctor angewandt wurde, eine Sonderung beider Ströme durch eine Luftlücke im directen Schliessungsbogen der Röhre bewirkte, dann aber stets den Oeffnungsstrom in der Röhre behielt.

Der Grund der Erscheinung dürfte in der verschiedenen Maximalspannung von Oeffnungs- und Schliessungsstrom liegen und der bei Telegraphenlinien bewährten Erfahrung entsprechen, dass stark gespannte (Gewitter-)Entladungen lieber eine kleine Luftlücke mit einem kurzen Funken, als lange Drahtleitungen in verzögertem Strome durchsetzen.

Solche Phänomene zeigen, dass die Stromverzweigung bei Gasentladungen nicht nach dem Ohm'schen Gesetz bestimmt werden kann. Dasselbe machen die sogenannten Holtz'schen Trichterröhren anschaulich: Werden zwei congruente Exemplare in entgegengesetzter Lage nebeneinander in den Inductionsstrom eingeschaltet, so verzweigt sich bei geeig-

Eine der Versuchsröhren ist in Taf. I Fig. 14 dargestellt. An einem Ende des cylindrischen Gefässes befindet sich die ebene Kathode, deren zur Cylinderaxe senkrechte Fläche den Röhrenquerschnitt fast ausfüllt. Nahe vor ihr, in anderen Fällen auch als ganz kurzer Stift in der Ebene der Kathode selbst, befindet sich die Anode. Das Cylinderlumen wird gesperrt durch ein darin noch eben verschiebbares gläsernes Cylinderstück *C*, welches an dem den Electroden zugekehrten Ende platt verschlossen ist. Nach dem, was ich bei frühern Gelegenheiten bemerkt habe¹⁾, verschwindet für eine derartige Electrodenanordnung das positive Licht bei einigermassen starker Verdünnung, oder es beschränkt sich auf die allernächste Umgebung der Anode; das Kathodenlicht hingegen dehnt sich, hinreichende Verdünnung vorausgesetzt, beliebig weit aus, und nur das Auftreffen auf eine feste Wand begrenzt die Ausbreitung seiner

meter Gasdichte der Strom nicht in irgend einem endlichen Verhältniss zu den relativen Widerständen der Röhren zwischen beide, sondern die eine Röhre bleibt völlig dunkel, und der Strom geht ausschliesslich durch die andere.

Die Verzweigungsregeln für Gasentladungen müssen also vorläufig noch empirisch aufgesucht werden. Ich benutze diese Gelegenheit, zu bemerken, dass ich nach dieser Richtung bei einer Versuchsanordnung in meiner oben erwähnten Schrift eine irrige Annahme gemacht habe, welche die durch die Anordnung erhaltenen Resultate selbst indess nicht berührt. Pag. 146 glaubte ich auf Grund gewisser Erscheinungen annehmen zu dürfen, dass wenn ein Theil der Entladung durch einen Metallbogen von der Kathode *a* nach einer Electrode *b* übergeführt und dann von *b* ein feuchter Widerstand nach einem Drathe *c* gelegt wird, hierdurch die Entladungsdichte an *a* nicht geändert werde. Es findet thatsächlich jedoch eine Aenderung statt; der Einfluss derselben auf die l. c. betrachteten Erscheinungen ist indess ein so geringer, dass bei einer neuerlichen Wiederholung solcher Versuche unter wirklicher Constanz der Dichte an *a* sich theils genau, theils fast genau entsprechende Messungsergebnisse ergaben. Die p. 149 angeführten Beispiele für die Grösse des deflectorischen und des deflexiven Vermögens in einem speciellen Falle stellen also mindestens sehr annähernd diese Werthe dar. Pag. 131 war dieselbe Anordnung benutzt, um ein durch zwei andere Methoden erwiesenes Resultat zu bestätigen. Der Wegfall des betreffenden Versuchs ändert also ebenfalls an dem dortigen Resultate nichts.

1) Goldstein, Berl. Monatsber. 1876. p. 293; Neue Form der Abst. p. 8.

Strahlen. Nachdem eine genügende Evacuation hergestellt ist, kann man also durch Verschiebung des Stückes *c* (mit-
telst Neigen und Beklopfen der Entladungsröhre) die Aus-
dehnung des Kathodenlichtes in weiten Grenzen variiren,
da seine Länge jedesmal gleich ist dem Abstände zwischen
der Kathode und der Deckelplatte des Schutzstückes, welch
letzteres bis an die Anode heranbewegt werden kann.¹⁾
Wurde nun die Ausdehnung des Kathodenlichtes im Ver-
hältniss von 1:30 variirt, so änderte bei starker Verdünnung
der Gesamtwiderstand der Entladung sich noch nicht ein-
mal im Verhältniss von 1:1,05. Der Widerstand des Ka-
thodenlichtes verschwindet also gegen den Widerstand an der
Kathodenoberfläche.

Somit sehen wir, dass der Widerstand der gesamten
Gasmasse einer Entladungsröhre um so geringer wird, je
mehr die Dichte des Gases sich verringert; der Entladungs-
raum leitet um so besser, je weniger er Gas enthält, und
da diese Aenderung, so weit die Versuche ausgedehnt werden
können, bei fortschreitender Verdünnung constanten Sinn
behält, so müssen wir schliessen, dass die beste Leitungs-
fähigkeit nach vollständiger Entfernung des Gases vorhanden
sein wird. Nach vollständiger Entfernung des Gases aber
enthält der Entladungsraum nur noch den freien Aether,
und diesen betrachte ich somit als das wesentliche Substrat
der Entladung. Das Gas hingegen scheint für letztere als
ein Hinderniss zu fungiren.

Specialisirte Auseinandersetzungen über die concrete
Form der Bewegung, welche der freie Aether bei der Ent-
ladung ausführt, würden meines Erachtens verfrüht sein.

Die Entladung wesentlich als eine fortschreitende
Bewegung des Aethers anzusehen, sind wir nicht berechtigt,
so lange wir einerseits das Doppler'sche Princip auf opti-
ischem Gebiet für gültig halten, andererseits bei der Entla-
dung fortschreitende Bewegungen der Gastheilchen von er-
heblichem Betrage negiren. Wir müssen dann der Bewegung

1) Die Anode wird, um Stössen ohne Deformation zu widerstehen, in
solchem Falle aus starkem Eisen- oder aus Stahldraht verfertigt.

des Aethers zwischen den relativ unbewegten Gastheilchen hindurch einen ganz entsprechenden optischen Einfluss zuschreiben, wie der Bewegung der Gastheilchen im ruhenden Aether. Die Versuche über die Constanz der Gasspectra bei transversaler und bei axialer Spectralbeobachtung electrischer Strahlen bezeugen sonach die Abwesenheit fortschreitender Bewegungen des Aethers, deren Geschwindigkeit mit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Strahlentladung vergleichbar ist, nachdem wir durch andere Versuche¹⁾ die relative Unbeweglichkeit der Gastheilchen bewiesen haben.

Am wenigsten gewagt scheint es mir, im Sinne früherer Anführungen²⁾, wonach in einem Büschel negativen Lichts jedes ergriffene Theilchen diejenige Bewegungsform annimmt, welche an der Ursprungsstelle des Büschels erregt werden, die Entladungsbewegung des Aethers als eine strahlende zu bezeichnen.³⁾

Man hat als Stütze für die Auffassung, dass die Gasmasse das Substrat der Entladung bildet, mehrfach das Verhalten der Entladung gegen magnetische Kräfte aufgeführt, weil dieses Verhalten scheinbar sich erklären liess, indem man die Gastheilchen als Träger der Entladung ansah.

Wenn der Magnet auf das positive Licht einer äquatorial gestellten Cyliinderröhre mit terminalen Electroden wirkt, und das erst die Röhrenweite erfüllende Licht schliesslich als einen in der Aequatorialebene verlaufenden dünnen Faden gegen die Wand drängt, so nimmt man an, dass hier die Gastheilchen mit der Electricität fortgedrängt werden. Ich habe dies nicht bestätigt gefunden.

In ein 4 cm weites, über 20 cm langes cylindrisches Gefäss, dessen zwei Electroden an seinen beiden Enden liegen, wird ein Stück metallisches Natrium gebracht und die Röhre rasch mit trockenem Stickstoff gefüllt. Nachdem die Röhre soweit evacuirt ist, dass ihr positives Licht den Röhrenquerschnitt erfüllt, wird das Natrium auf eine vom positiven

1) Goldstein, Neue Form el. Abst. IV. Abschn.

2) Wied. Ann. 11. p. 849. 1880.

3) Ueber Parallelen zwischen Licht- und electrischer Bewegung s. a. E. Wiedemann, Wied. Ann. 10. p. 249. 1880.

Lichte bespülte Wandstelle des horizontal gestellten Cylinders gebracht. Man erwärmt zunächst, bis kein Wasserstoff sich mehr entwickelt, treibt den entwickelten durch neuen Stickstoff aus und evacuirt wieder bis zur vorigen Dichte. Das Natrium wird alsdann so stark erhitzt, bis es zu verdampfen beginnt, und die vorher purpurrothe Entladung in seiner Umgebung sich goldgelb färbt. Man beobachtet, dass bei hinreichend vorsichtigem Erhitzen die Ausbreitung des Natriumdampfes eine so langsame ist, dass die Entladung im oberen Theil der Röhre noch die rothe Farbe der Stickstoffentladung zeigt, während sie in der unteren Hälfte schon goldgelb gefärbt ist. Nähert man nun die Röhre in horizontaler und äquatorialer Lage einem starken Magnet, dessen Pole so liegen, dass der positive Lichtstrom nach oben getrieben wird, so concentrirt die erst die ganze Röhrenweite erfüllende Entladung sich als mehr oder weniger dünner Faden an der Oberwand der Röhre. Dieser Faden aber hat die reine Purpurfarbe des Stickstofflichts ohne eine Spur des Natriumgelb. Es ist also der Natriumdampf nicht, wie wir dies bei beweglichen Trägern der Electricität gewöhnt sind, durch den Magnet mit dem Strome verschoben worden; der Strom scheint dem Magnet zu gehorchen, ohne an den Gastheilchen zu haften.

Das Resultat ist bei Versuchen mit der Holtz'schen Maschine an Stelle des Inductoriums identisch. —

Ich habe ferner untersucht, ob man einen Transport der Gastheilchen durch den Magnet nachweisen könnte in der localen Verdichtung des Gases, welche in einem abgeschlossenen Entladungsraum die Folge des angenommenen Transports sein müsste.

Zwei Entladungsgefäße *A* und *B* wurden in der durch Fig. 15 Taf. I angedeuteten Weise durch ein Communicationsrohr miteinander verbunden, in welches ein Hahn eingeschaltet war. Ein zweiter Hahn am Ende eines kurzen Rohrs schliesst *B* gegen die Pumpe während der Versuchsdauer ab. Die Polcylinder von *A* waren hinreichend lang, um wenigstens in dem die Anode enthaltenden Cylinder bei Anwendung trockener reiner Luft geschichtetes positives Licht

zu zeigen. Die gegenseitige Distanz homologer Grenzen der verschiedenen Schichten oder die Zahl der letzteren entlang einer bestimmten Strecke ist ein sehr feines Reagens auf Dichteänderungen des Gases. Aenderungen des Gasresiduums, welche noch nicht einer Druckvariation um $\frac{1}{100}$ mm Quecksilber entsprechen, werden schon durch sehr merkliche Aenderungen der Schichtintervalle¹⁾ markirt.

Der Strom wurde nun zuerst durch *A* geschickt, die Zahl der im Anodencylinder befindlichen Schichten festgestellt und mittelst Tintenpunkten an der Glaswand die nach der Kathode gekehrte Grenze einer jeden, demnach auch die Grösse der einzelnen Schichtintervalle markirt. Der Strom war so regulirt, dass die Schichten völlig stabil waren. Öffnen und Schliessen des Hahnes *h* vor oder nach Ingangsetzung des Stromes modificirt die Lage der Schichten nicht. Die Combination wurde nun während des Stromdurchganges bei offenem Hahn *h* einem Electromagnet genähert, dessen Pole so lagen, dass die Entladung nach der von der Spectrallröhre *A* entfernten Seite des weiten Rohres *B* zusammengedrängt erschien. Beruht diese Concentrirung der Entladung auf einer Verdichtung des Gases, so muss in *B* ausserhalb der Entladungssäule das Gas natürlich verdünnt sein, und es muss jetzt Gas aus *A* nach *B* einströmen, also auch in *A* Verdünnung eintreten. Nach einigen Secunden wird *h* geschlossen, der magnetisirende Strom unterbrochen, und die Röhren, um die Einwirkung remanenter magnetischer Kräfte zu vermeiden, aus der Nähe der Eisenmasse entfernt, und der Inductionsstrom wieder durch *A* gesandt. Zahl und Lage der Schichten erwiesen sich nun als genau dieselben, wie vor der Magnetisirung der Entladung.

Das nämliche Resultat ergab sich, als folgendermassen operirt wurde: An der geschichteten Entladung eines Inductoriums durch *A* wurde die anfängliche Dichte in diesem Gefäss controlirt, dann nach Unterbrechung des Inductionsstromes die zahlreichen rasch aufeinander folgenden Ent-

1) Unter dem Intervall zweier aufeinanderfolgender Schichten verstehe ich hier und weiterhin den Abstand ihrer nach dem negativen Pol gekehrten Begrenzungen.

ladungen einer starken Holtz'schen Maschine durch *B* gesandt und letztere Entladungen magnetisirt. Bei erneuter Durchsendung des Inductionsstromes durch *A* ergab sich kein Zeichen einer Dichteveränderung; die etwa eingetretene war also jedenfalls kleiner als $\frac{1}{100}$ mm Quecksilberdruck. Hingegen misst die Dichteänderung, welche, soweit möglich, ähnliche Erscheinungen an der Entladung, wie bei constanter Dichte ihre Magnetisirung hervorruft, nach Centimetern Quecksilberdruck. Die Auffassung, welche die Gastheilchen zu Trägern des Stromes macht, wird durch die Magnetversuche also keineswegs gestützt.

Die von mir vertheidigte Ansicht von der Rolle des freien Aethers bei der Entladung pflegt, wo sie als denkbarer Fall erwähnt wird, z. B. in Compendien, mit Berufung auf die Erfahrungen der Spectralanalyse erledigt zu werden. Es müssten, pflegt man zu sagen, wenn der Aether der Leiter wäre, alle Gase in der Entladung ein identisches Spectrum als Spectrum des Aethers zeigen. Weil jedes Gas aber ein charakteristisches besonderes Spectrum habe, könne nur die Gasmasse als der electricische Leiter angesehen werden.

Indess ist dem Aether optisches Emissionsvermögen bekanntlich nicht zuzuschreiben. Das Fehlen seines „Spectrums“ beweist also nichts gegen seine Leitungsfähigkeit. Mit ebenso ungewisser Berechtigung dürfte ferner vorausgesetzt werden, dass die Licht- und Wärmewirkungen, welche ein Strom veranlasst, nur an den Theilchen des leitenden Substrats zur Erscheinung kommen können; jeder Leiter, in dessen Masse nichtleitende Partikeln eingebettet sind, kann das Gegenheil beweisen. Es kommt für das Leuchten des Gases bei einer Entladung lediglich darauf an, dass seine Theilchen diejenige Schwingungsform und Oscillationsperiode besitzen, welche zur Emission sichtbarer Strahlen erforderlich ist. Dass diese Schwingungsbewegung ein Correlat electricischer Bewegung sei, welche die Theilchen selbst oder auch ihre Aetherhüllen besitzen, erscheint nicht erforderlich, sondern wie es z. B. die Erscheinungen der Fluorescenz und der Phosphorescenz im Sonnenlicht bezeugen, können Körpertheilchen Bewegungen von der Form und Periode der Lichtschwingungen auch

ausführen durch Aufnahme der Schwingungen des umgebenden freien Aethers.

Einen ähnlichen Vorgang aber nehme ich auch bei der Erleuchtung der Gase durch die electriche Entladung an: Die Entladung selbst stellt eine Bewegung des freien Aethers dar und ist an sich lichtlos. Diese Bewegung des Aethers verschwindet, indem sie den Gasmoleculen und den sie constituirenden Atomen sich mittheilt; die Theilchen eines jeden Moleculs schwingen dann nach den specifischen Structur- und Elasticitätsverhältnissen des Moleculs und übertragen die so in ihnen erregten Transversalschwingungen wieder als solche auf den Aether; so wird die ursprünglich electriche Bewegung zu Licht, und zwar zu Licht, dessen Oscillationsperioden abhängen von der specifischen Natur des Gasmoleculs. Der Leitung im Aether widerspricht die Verschiedenheit der Spectra chemisch differenter Gase also keineswegs. Das Leuchten electricch durchströmter Gase sehe ich hiernach an als ein Resonanzphänomen. Als eine Erscheinung der Fluorescenz oder Phosphorescenz möchte ich es aus doppeltem Grunde nicht bezeichnen: 1) weil bei Fluorescenz und Phosphorescenz die Aetherschwingungen zu Atom- und rückwärts wieder zu Aetherschwingungen werden, ohne dass der Charakter der Vibrationen als transversaler Schwingungen dabei sich ändert. Hier indess wird eine Aetherbewegung, die nicht aus transversalen Schwingungen besteht, in transversale Schwingungen übergeführt. Hierfür aber haben wir weit eher ein Analogon in den acustischen Resonanzphänomenen, wo wir longitudinale Bewegungen von Lufttheilchen sich umsetzen sehen in die transversalen Schwingungen einer resonirenden Saite.

2) möchte ich die Benennung Phosphorescenz für die vorliegenden Erscheinungen ausschliessen, weil nach allen Begriffen, die wir bis jetzt mit der Bezeichnung „Phosphorescenz“ verbanden, durch die Wahl dieser Bezeichnung zugleich eine Hypothese über die Temperaturverhältnisse der Entladung eingeführt würde, in dem Sinne, dass man die Temperatur des Gases stets für niedriger hielte, als die eines nur durch Erhitzung leuchtenden Gases von gleichem Emis-

sionsvermögen. Dies ist aber, auch die fernere Bestätigung der Schlüsse von Hrn. E. Wiedemann in Betreff der Entladungstemperaturen vorausgesetzt, bis jetzt als ein durchgehender Charakter des Entladungslichtes nicht zu betrachten, und die von mir aufgestellten Vermuthungen über das Wesen der Entladung zwingen zu einem Präjudiz über die Temperaturfrage nicht. Ich lasse dieselbe vorläufig ganz ausserhalb der Discussion.¹⁾

Für das Zustandekommen der Entladung halte ich zwei Processe für erforderlich: 1) eine der Entladung vorausgehende Zustandsänderung des Aethers, welche einen gewissen Zustand labilen Gleichgewichts in der Anordnung seiner Theile hervorruft; dieser Zustand mag in Kürze Spannung des Aethers heissen. 2) Die Ausgleichung dieser Spannung; diese Ausgleichung bildet die Entladung selbst.

Die der Entladung vorhergehende Spannung ist nicht

1) Die Annahme, dass das Vacuum leitungsfähig ist, hat natürlich weitreichende Consequenzen, besonders auf kosmischem Gebiete. Das Schicksal der meisten bisherigen Versuche, auf experimentelle Resultate kosmisch-physikalische Theorien zu gründen, kann zur Nachahmung nur wenig reizen. Indess erlaube ich mir, wenigstens darauf hinzuweisen, dass gewisse tellurische Erscheinungen electricischer und magnetischer Natur, welche man — wegen der Coincidenz ihrer Perioden oder Einzelerscheinungen mit solaren Veränderungen — aus statischer Influenz, magnetischer Induction etc. des Sonnenkörpers zu erklären versucht hat, möglicherweise sich bequemer zu electricischen Strömen in Beziehung setzen lassen, welche den interplanetaren Raum vom Centralkörper aus durchfliessen. Die experimentellen Erfahrungen zeigen bei fortschreitender Eliminirung des ponderablen Mediums keine Grenze für die Ausdehnung jener merkwürdigen Bewegung, die wir in den Kathodenstrahlen beobachten — es wäre denkbar, dass die Sonne neben Lichtstrahlen auch electricische Strahlen in weite Räume aussendet. Wir sehen, dass auch bei dichter Nebeneinanderstellung beider Pole die Strahlen der Kathode doch unbestimmt weit, ohne Rücksicht auf die Lage der Anode geradlinig in den Raum hinausfluthen; es brauchte also für eine electricische Communication mit der Sonne die Erde selbst nicht Electricitätsquelle und Pol des Stromes zu sein, sondern Entladungen, deren beide Pole an der Sonne selbst liegen, könnten Strahlen erzeugen, welche von der Sonne in den Weltraum sich ausbreiten.

in allen Querschnitten eines Entladungsgefässes gleich gross, auch nicht bei geometrischer Congruenz der Querschnitte; innerhalb gewisser Strecken kann sie sogar Null sein. Die Spannung hat entweder einzig endliche oder maximale Werthe an der Oberfläche der Metallpole und an denjenigen Stellen, welche als die Ausgangsstellen der einzelnen positiven Schichten, bez. der secundären negativen Büschel erscheinen. Die Resultirende der Spannung ist an jedem Element der Kathode von ihm fort, an den übrigen Ausgangsstellen ebenfalls in jedem Punkte nach der von der Kathode abgewandten Seite gerichtet. Tritt die Spannungsausgleichung ein, so entsteht infolge dessen in den Flächen endlicher oder maximaler Spannung eine Bewegung, welche sich nach der von der Kathode abgekehrten Seite jeder Ausgangsfläche fortpflanzt, und auf ihrem Wege ursprünglich im freien Aether erregt, secundär sich in transversale Oscillationen der Körperatome umsetzt. Die Strecken, in welchen die Spannung vor der Entladung Null war, und in welche die an den Ausgangsflächen erregte Bewegung sich nicht fortpflanzt, bleiben dunkel; solche Stellen sind die Strecken zwischen positivem Lichte einerseits und dem Kathodenlichte wie secundärem, negativem Lichte andererseits.

Je grösser die Verdünnung wird, desto mehr wachsen die gegenseitigen Abstände der Ausgangsflächen, und gleichzeitig auch die Strecken, auf welche die an den Ausgangsflächen erregte Bewegung sich ausdehnt. Das letztere Wachsthum aber vollzieht sich schneller als die Zunahme der Abstände; so kommt es, dass ein und derselbe Querschnitt des Entladungsraumes von Bewegungen ergriffen werden kann, welche von zwei oder noch mehr Ausgangsflächen ausstrahlen. (Eindringen des Kathodenlichts in positives Licht, der Schichtbüschel ineinander). Die Erfahrung zeigt, dass solche einander durchsetzende Bewegungen, wenn sie gleichgerichtet sind, einander nicht merkbar alteriren, sind ihre ursprünglichen Richtungen gegeneinander stark geneigt, so zeigen sich markante Ablenkungsphänomene.¹⁾

1) Goldstein, Wien. Ber. 1876. p. 23. Nov.

Dass die sogenannten Aetherhüllen der Gasmoleculé oder Atome bei der infolge der Entladung eintretenden Lichtemission theilhaftig sind, ist selbstverständlich; welche Rolle ihnen dagegen bei den Processen der Ladung und Entladung zukommt, muss vorläufig dahingestellt bleiben. Die von den Körpertheilchen ausgehenden Kräfte, welche die Bildung der Aetherhüllen bedingen, streben, eine andere Anordnung des Aethers, als sie aus den electrischen Kräften resultiren würde, herbeizuführen. Es werden also desto stärkere electrische Kräfte erforderlich sein, um eine Aetheranordnung zu bewirken, wie sie dem Eintritt der Entladung vorhergehen muss, jemehr Gastheilchen der Entladungsraum noch umschliesst. So könnte es sich erklären, weshalb das Gas als Hinderniss der Entladung wirkt und mit seiner Entfernung die Leitungsfähigkeit des Entladungsraumes sich stetig verbessert. Jedenfalls kann ich mich der Auffassung von Hrn. E. Wiedemann¹⁾ nicht anschliessen, welcher gerade in den Aetherhüllen das wesentliche Substrat der Entladung sieht. Sollen ausserdem die Aetherhüllen Deformationen erfahren ohne Theilnahme des freien Aethers — und für die Kathodenentladung schliesst Hr. W. eine solche Theilnahme jedenfalls aus — so müsste Hr. Wiedemann mit Rücksicht auf die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Entladung pure Fernwirkungen zwischen den Aetherhüllen annehmen; denn man sieht bei stark verdünnten Gasen die Zeiten, innerhalb deren die Aetherhülle und die Wirkungssphäre eines Moleculs mit denen anderer Moleculé in Berührung oder in Durchdringung sich befindet, für klein an gegen die Zeiten, wo die Wirkungssphäre isolirt ist.

Dass ich als Fortpflanzungsrichtung der electrischen Entladung im Kathodenlichte die Richtung von der Kathode fort, in den secundären negativen Büscheln und positiven Schichten, ebenfalls entgegen der gewöhnlichen Auffassung, die Richtung des negativen Stromes auffasse, dürfte durch zahlreiche Versuchsergebnisse gerechtfertigt erscheinen. Ich verweise zunächst auf die Schattenphänomene, die, früher nur am

1) E. Wiedemann, Wied. Ann. 10. p. 245. 1880.

Kathodenlichte beobachtet, für dieses Phänomen schon bei den Vertretern der Convectionstheorie die Vorstellung einer Bewegung von der Kathode fort hervorgerufen haben.

Stellt man in ein Büschel des Kathodenlichts oder des secundären negativen Lichts einen festen Körper, so bleibt, wie man direct beobachten kann, jedesmal derjenige Theil des auf den Körper fallenden Büschels intact, welcher zwischen seinem nach der Kathode gekehrten Ende und dem Schattenobject selbst liegt; es fehlt derjenige Theil des auf fallenden Büschels, welcher ohne Anwesenheit des Schattenobjects sich jenseits des von letzterem eingenommenen Raumes erstreckt. Die oben geschilderten Schatten in den vom positiven Lichte erzeugten Phosphoreszenzflächen (p. 104) und ihre Lage zeigen ein analoges Verhalten auch der positiven Büschel an. Würden die electricischen Strahlen im Kathodenlicht sich von seiner äusseren Umgrenzung aus gegen die Kathode hin, in den secundären negativen und den positiven Büscheln sich von der Anoden- nach der Kathoden- seite ausbreiten, so müssten bei Einschaltung eines Schattenobjects umgekehrt die Strahlenbüschel von ihrer der Kathode fernerer Begrenzung bis an das Schattenobject erhalten bleiben, und die Schatten an der nach der Kathode hin, jenseits dieses Objects liegenden Wandfläche erscheinen.

Ein anderes Argument für die Ausbreitung in der Richtung des negativen Stromes ist die schon oben beschriebene Erscheinung, dass die Eigenschaften von secundären negativen Strahlen, und zwar auf weiten Strecken dieselben sind, wie sie den Verhältnissen an der negativen (d. h. der Kathode näheren) Begrenzung des Strahlenbüschels entsprechen. Das Büschel, das von der Oeffnung eines engen, innerhalb eines weiteren Gefässes mündenden Rohrs ab mit wachsender Evacuation sich immer weiter in das weitere Gefäss ausbreitet, enthält Strahlen von der Beschaffenheit des Lichtes enger Röhren. Entspränge das Büschel im weiten Rohre und pflanzte sich aus ihm bis in das engere Rohr fort, so müssten wir erwarten, dass seine Eigenschaften vielmehr im Einklang sind mit den Entladungsbedingungen, welche das weite Rohr bietet. Das Büschel zwischen einem

engen und einem auf diesen nach der Anodenseite folgenden weiten Cylinder müsste dann also Farbe und Spectrum zeigen, wie diejenigen Büschel, welche in dem weiten Cylinder entspringen und die Säule seiner positiven Schichten zusammensetzen.

Ein weiteres Kriterium für die Fortpflanzungsrichtung der electricischen Strahlen bildet ihr magnetisches Verhalten, das oben für Kathodenstrahlen, im Anschluss an Hittorf, geschildert wurde.

Es ist für dieses Verhalten characteristisch, wenn wir einen (genügend schwachen) Magnet wirken lassen auf das von der Kathode entferntere Ende eines langen Kathodenbüschels, dass dann nur dieses Ende durch den Magnet afficirt wird, während die der Kathode näheren Theile ihre Lage und Form ungeändert behalten. Bringt man den Magnet aber in die Nähe der Kathode selbst, lässt ihn also auf die der Kathode nächsten Theile der Strahlen wirken, so werden bei der Ablenkung dieser Theile zugleich die ganzen Strahlen abgelenkt, bis in ihre äussersten Enden, auf welche, der grossen Entfernung wegen, der Magnet direct gar nicht mehr zu wirken vermag.

Die electricischen Theilchen (oder die electricische Bewegung) an dem der Kathode fernen Ende des Strahls folgen also der Richtung, welche den Theilchen an der Kathode ertheilt wird; aber die Theilchen an der Kathode werden durch Einwirkungen auf Theile am äusseren Ende nicht beeinflusst. Beide Erscheinungen stimmen mit der Auffassung, dass die Theilchen am äusseren (entfernten) Strahl-Ende sich vorher an der Kathode befunden haben, und widersprechen ohne neue Annahmen der Ansicht, dass die der Kathode nächsten Theilchen schon den Ort der äusseren Enden durchlaufen haben; d. h.: die Bewegung muss sich im Kathodenlicht von der Kathode nach aussen fortpflanzen.

Ganz entsprechend sind die Erscheinungen an den Strahlen der secundären negativen Büschel, und, wenn durch starke Evacuation die Strahlen der einzelnen positiven Schichten genügend weit ausgedehnt sind, auch an letzteren. Auch in jeder einzelnen Schicht also pflanzt die Entladung

sich fort von der nach der Kathode gekehrten Grenze nach der Anodenseite hin. Im selben Sinne lassen die nun mehrfach erwähnten Erscheinungen der Deflexion sich interpretiren. Ist (Taf. I Fig. 16) k die Projection einer ebenen Kathode, k' die eines dünnen Drahtes, ss die natürliche Richtung eines von k ausgesandten electrischen Strahls, so erhält der Strahl durch k' die Form $sk's'$; er biegt bei k' um einen bedeutenden Winkel um und zeigt jenseits k' wieder geradlinigen Verlauf, der von der Richtung sk' indess bedeutend abweicht; d. h. jeder Theil des Strahls jenseits k' folgt der Ablenkung, welche auf das electrische Theilchen bei k' ausgeübt worden ist.

Es sind also die in einem Punkte des Strahls wirkenden Bewegungsantriebe ebenfalls massgebend für alle von diesem Punkte weiter nach aussen gelegenen Theile des Strahls und wirkungslos für die zwischen jenem ersten Punkte und der Kathode befindlichen Elemente; durch die Hypothese, dass die electrische Bewegung im Strahl sich von der Kathode nach aussen (in Richtung des Pfeiles) fortpflanzt, wird dies einfach erklärt.

Von der Geschwindigkeit und Richtung der Entladung eines electrischen Strahlenbüschels sind a priori die Geschwindigkeit und die Richtung zu unterscheiden, mit welcher die der Entladung vorausgehende Spannung sich fortpflanzt. Die Geschwindigkeit der letzteren Fortpflanzung soll uns hier nicht weiter beschäftigen, sondern nur ihre Richtung. Die Erscheinungen sprechen, wie ich glaube, sehr deutlich für eine Fortpflanzung der Spannung ebenfalls im Sinne des negativen Stromes, d. h. die Spannungen für die einzelnen positiven Schichten bilden sich zeitlich in derselben Reihenfolge, in welcher sie räumlich von der Kathode nach der Anode auf einander folgen. Ich schliesse dies daraus, dass die Lage und Beschaffenheit der einzelnen voll ausgebildeten Schichten und speciell die Lage der Schichtköpfe, also derjenigen Stellen, von welchen die durch die Schichten dargestellten Einzelentladungen ausgehen, ganz abhängt von

der Lage und Beschaffenheit der Kathode, aber gar nicht von den Verhältnissen der Anode.¹⁾

1) Die im Folgenden geschilderten Experimente sind ausgeführt an geschichteten Entladungen in trockener, reiner Luft, resp. in trockenem, stark verdünntem Wasserstoff, welche von einem nicht zu schwachen Inductionsstrom bei regelmässiger Unterbrechung des primären Stromes erzeugt werden. Unter solchen Umständen erhält man dicke Schichten, welche nicht wie die sogenannten Tellerschichten hin und her vibriren, sondern bei unveränderter Gasdichte ungeänderte Position bewahren. Ich glaube dies hervorheben zu sollen, weil Vielen, die noch gewohnt sind, bei Erwähnung von Schichten sich lediglich die Tellerschichten und deren Verhalten vorzustellen, im Folgenden die Erwähnung still stehender Schichten und constanter Intervalle zwischen ihnen auffallend sein könnte. Die dicken Schichten werden seltsamer Weise noch immer bald als quasi pathologische Gebilde, als Störungserscheinungen des normalen Schichtphänomens behandelt, bald als optische Täuschungen angesehen, welche durch rasches Hin- und Herschwingen von angeblich allein existirenden Tellerschichten veranlasst würden. Nach dem, was ich schon Berl. Monatsber. 1876, p. 291, angeführt habe, ist die Bedeutung und das gegenseitige Verhältniss der verschiedenen Schichtformen wohl ziemlich klar: Jede einzelne Schicht in einem Cylinder ist das qualitative Analogon der Entladung an einer Kathode, welche den Cylinderquerschnitt ausfüllt. Bei geringer Evacuation ist dieses Kathodenlicht nur ein dünnes Häutchen, ganz entsprechend der dünnen Tellerschicht. Schreitet die Verdünnung fort, so verlängern sich die electrischen Strahlen, welche das eine wie das andere Gebilde constituiren und verdicken es; und wie die Kathodenstrahlen schliesslich sich soweit verlängern, dass sie den dunkeln Raum völlig ausfüllen und an die erste positive Schicht stossen, so dehnen auch die Strahlen der Schichten sich so weit aus, dass sie den anfänglichen dunkeln Raum zwischen je zwei Schichten ausfüllen. Bei abnehmender Gasdichte geht die Verdickung immer weiter, indem die Intervalle der Schichtköpfe sich stetig vergrössern, die von den Köpfen ausgehenden Strahlen aber die vergrösserten Intervalle stets ausfüllen. Wenn in einem Cylinder mit trockener Luft die Schichten am deutlichsten ausgebildet sind, so ist ihre Dicke sehr nahe gleich dem Durchmesser des Cylinders, für weite Gefässe also sehr beträchtlich. So wenig eine Kathodentladung mit ausgedehnten Strahlen eine Missbildung, resp. Störungserscheinung ist, oder lediglich aus einem hin und her schwingenden Lichthäutchen besteht, so wenig darf man meines Erachtens derartige Ansichten von den dicken Schichten hegen, und wie die Gesetze des Kathodenlichts am leichtesten an möglichst langen Büscheln desselben sich studiren lassen, so bieten auch für das Studium der Schichtung gerade die dicken Schichten, die das Phänomen erst voll entwickelt zeigen, vorläufig die geeignetsten Formen.

Die Entladung gehe in einem Cylinder mit terminalen Electroden über, welche vermöge einer vorläufig nicht weiter zu beschreibenden Anordnung gegen einander entlang der Gefässaxe verschiebbar sind.

Wenn man in einem solchen Gefässe die Anode der fixirten Kathode nähert, so wird dabei keinerlei Verschiebung der vor der Anode liegenden Schichten beobachtet; sie bleiben sämmtlich unbeweglich und unverändert, soweit überhaupt ihre Fortexistenz mit der jeweiligen Lage der Anode vereinbar ist; da nämlich das positive Licht stets nur bis zur Anode reicht, so verschwinden die Schichten, welche auf der von der Anode bei ihrer Annäherung durchmessenen Strecke sich befanden, eine nach der anderen, und es hat den Anschein, als ob die Anode die Schicht, in deren Lichtmasse sie gerade eintritt, verschluckte. Entfernt die Anode sich aus ihrer Anfangslage von der Kathode, so bleiben ebenso alle schon vorhandenen Schichten unbeweglich stehen; in dem von der Anode verlassenen Raum erscheinen neue Schichten, deren jede sogleich nach ihrer Ausbildung ebenfalls gegen das Weiterrücken der Anode sich völlig indifferent zeigt.

Verschieben wir nun die Kathode. Die Verschiebung sei eine Annäherung an die (fixirte) Anode: Sofort setzen sämmtliche vorhandenen Schichten sich in Bewegung und verschieben sich nach derselben Richtung jede genau um ebensoviel, als die Kathode selbst. (Auf der durch die Annäherung der Pole verkürzten Entladungsstrecke haben somit dann weniger Schichten Platz als vorher; jede Schicht verschwindet, sobald sie durch die fortrückende Kathode bis an die Anode herangeschoben ist.)

Wird die Kathode aus irgend welcher Anfangslage von der Anode weiter entfernt, so folgen sämmtliche vorhandenen Schichten der Kathode, und ganz im Tempo der Kathodenbewegung selbst; in dem Raum zwischen der letzten der anfangs vorhandenen Schichten und der Anode erscheinen in dem Maasse, wie die Kathode weiterrückt, neue Schichten; sogleich nach ihrem Auftreten folgt auch jede von diesen der Bewegung der Kathode.

Das Intervall je zweier Schichten ist in einem Cylinder von Paar zu Paar so wenig verschieden, dass wir für eine cylinderische Säule geschichteten Lichts bei gegebener Gasdichte und Entladungsintensität einfach von einem bestimmten Schichtintervall dieser Säule sprechen können.

Die Anzahl der vorhandenen Schichten ist dann also gleich dem Quotienten aus der Länge des positiven Lichts durch das Schichtintervall. Wird die Electroden-*distanz* continuirlich variirt, so wird dieser Quotient nur für specielle Distanzen glatt eine ganze Zahl sein. Würde nun die Einteilung des Entladungsraumes in Schichten von der Anode her fortschreiten, so müsste man für die Fälle, wo die Länge des positiven Lichts durch die Grösse des Schichtintervalls nicht ohne Rest theilbar ist, erwarten, dass die unvollständige verkürzte Schicht, welche diesem Reste entspricht, am negativen Ende des positiven Lichts sich vorfände, während von der Anode her zunächst lauter ganze Schichten auf einander folgten. Die Beobachtung zeigt das Gegentheil: Die am negativen Ende des positiven Lichts, d. h. der Kathode zunächst liegende positive Schicht behält bei jeder Electroden-*distanz* constante Ausdehnung; ebenso die folgenden Schichten, nur diejenige nicht, welche direct an die Anode stösst; diese verkürzt und verlängert sich ganz in dem Maasse, wie der Ueberschuss des vorerwähnten Quotienten über eine ganze Zahl sich ändert.

Sehr frappant charakterisirt den Einfluss der Kathode im Sinne der oben aufgestellten Vermuthung auch das Verhalten der Schichtfärbungen.

Die aufeinander folgenden Schichten einer Säule positiven Lichts können bei un wahrnehmbaren Form- und Grössenunterschieden sehr auffallende Differenzen der Färbung zeigen; sehr markirt sind diese Unterschiede namentlich bei Anwendung von Wasserstoff. Es ist nun bei variirender Electroden-*distanz* *ceteris paribus* die Farbe einer Schicht stets nur abhängig von ihrer Lage gegen die Kathode. Betrachten wir z. B. einen Cylinder, dessen positives Licht in fünf Schichten zerfällt, von denen die der Kathode nächste blau ist, die folgenden der Reihe nach gelb, roth, graurosa, grau sind. An

der Anode liegt also eine graue Schicht. Wird nun die Electroden-*distanz* um eine Schichtlänge vermindert, gleichviel durch Bewegung welcher Electrode, so verschwindet die graue Schicht, und an der Anode liegt jetzt die graurosa, vor dieser eine rosa Schicht, welcher wieder eine gelbe, endlich eine blaue Schicht voraufgehen. Vermindert die Electroden-*distanz* sich um noch eine Schichtlänge, so ist auch die graurosa Schicht verschwunden, und der Anode zunächst liegt eine rosa Schicht, dieser geht eine gelbe, der letzteren eine blaue Schicht voraus. Bei nochmaligem Zusammenrücken der Pole, das noch zwei Schichten übrig lässt, liegt an der Anode eine gelbe Schicht, vor dieser eine blaue. Zählt man also die Schichten von der Anode ab, so hat bei jeder geänderten Electroden-*distanz* die erste, zweite, überhaupt jede n^{te} Schicht eine geänderte Farbe. Zählt man aber von der Kathode ab, so sieht man, dass umgekehrt dann jede n^{te} unabhängig von der Electroden-*distanz* und der Gesamtzahl der vorhandenen Schichten stets dieselbe Farbe hat.¹⁾

Also auch die Farbe der Schichten wird von der Kathode her und nur nach der Reihenfolge, in welcher die Schichten in Bezug auf die Kathode aneinander sich anschliessen, regulirt.

Man kann endlich die Grösse der Anode beliebig variiren, ohne dadurch eine Aenderung in der Lage der vorhandenen Schichten zu bewirken; wird aber die Grösse der Kathode geändert, so ändert sich die Lage sämtlicher positiver Schichten. Je kleiner nämlich unter sonst gleichen Umständen die Kathode wird, desto grösser wird das Intervall zwischen Kathode und erster positiver Schicht: Das Intervall der positiven Schichten untereinander wird dabei nicht geändert; also liegt jede einzelne Schicht desto weiter von der Kathode entfernt, je kleiner die letztere wird.

Man darf hierbei aber nicht annehmen, dass die Kathode oder die an ihr obwaltenden physikalischen Verhältnisse primär die Spannungs- und Entladungsverhältnisse der ganzen

1) n von der Kathode ab gerechnet, heisse weiterhin die Ordnungszahl der betreffenden Schicht.

Schichtsäule regulirt, sondern es scheint, dass jede einzelne Schicht in ihrer Lage und Beschaffenheit hauptsächlich oder ausschliesslich abhängt von der Lage und Beschaffenheit der nach der Kathodenseite ihr voraufgehenden Schicht. Der nach den eben geschilderten Versuchen so markant auftretende Einfluss der Kathode auf sämtliche Glieder einer Schichtsäule würde dann also nur ein indirecter sein, insofern durch die Beschaffenheit der Kathode die Beschaffenheit des Kathodenlichts bedingt wird, durch letzteres Lage und Beschaffenheit der ersten positiven Schicht, durch diese Lage und Beschaffenheit der zweiten Schicht etc. Ich schliesse dies aus Versuchen über das secundäre negative Licht.

Wir sahen, dass in einem einfachen Cylinder bei Verschiebung der Kathode sämtliche Schichten im selben Sinne und um eine gleiche Strecke wie die Kathode sich bewegen. Legen wir nun in das Cylinderrohr *C* (Taf. I Fig. 17) mit beweglicher Kathode *K* ein an *C* gut anschliessendes, eben darin noch verschiebbares Rohrstück *R* mit der engen Mündung *x*, so fungirt nach früher Angeführtem *x* als secundärer negativer Pol für die von *x* ab nach der Anode *A* gelegenen Theile der Gesamtentladung.¹⁾

Verschiebt man nun, während *R* an irgend einer Stelle des Entladungscylinders constante Lage behält, die Kathode *K*, so bewegen sich alle zwischen *K* und *x* gelegenen Schichten, wie in den früheren Versuchen; die Schichten zwischen *x* und *A* aber bleiben trotz der Kathodenverschiebung unbeweglich. Lässt man dagegen *K* fixirt und verschiebt das Stück *R*, so dass also auch der secundäre negative Pol *x* mit dem von ihm ausstrahlenden secundären negativen Licht wandert, so verschieben jetzt alle zwischen *x* und *A* gelegenen Schichten sich ganz so, wie die Schichten eines einfachen Cylinders, dessen Metallkathode in *x* läge.

Zeigen die einzelnen Schichten der Entladung verschiedene Farben, so beobachten wir ferner:

1) *A* wird zweckmässig nur kurz gemacht und, parallel der Cylinderaxe, etwas excentrisch aufgestellt, um von dem Rohrstück *R* nicht getroffen zu werden.

Die Farben aller zwischen K und x liegenden Schichten verhalten sich bei der Bewegung von K wie früher für den einfachen Cylinder beschrieben; die Farben der zwischen x und A liegenden Schichten hingegen zeigen dabei keinerlei Regelbeziehung zu ihrer in Bezug auf K genommenen Ordnungszahl; ihre Farben bleiben identisch, wie auch diese Ordnungszahl variirt. Verschiebt man aber x , so gilt für diese Schichten dasselbe Gesetz, als wenn x eine Metallkathode wäre: dass die Farbe einer jeden abhängt von ihrer Ordnungszahl in Bezug auf x und für jede von x aus gezählte n^{te} Schicht bei jeder Lage von x constant bleibt.

Die Abhängigkeit der Schichten von ihrem secundären negativen Pol und die vollständige Analogie mit der Abhängigkeit von der Metallkathode zeigt sich endlich auch in dem Einfluss der Grösse des secundären Pols. Wird der letztere verkleinert, so entfernen die Schichten sich von ihm, wie von einer sich verkleinernden Metallkathode, und die Verschiebung ist in beiden Fällen desto stärker, in je stärkerem Verhältniss die Polfläche sich zusammenzieht.¹⁾

1) Die Verkleinerung eines secundären negativen Pols kann auf manichfache Weise bewirkt werden. Fig. 18 Taf. I zeigt schematisch in eine Figur zusammengezogen in den drei Cylindern des Entladungsgefässes drei einfache Anordnungen zu diesem Zwecke. Im Cylinder I ist ein mit der Wandung verschmolzenes Glasdiaphragma von zwei verschiedenen grossen runden Oeffnungen durchbohrt; in das Gefäss ist zugleich eine Glaskugel eingeschlossen, deren Durchmesser den der grösseren Oeffnung übertrifft. Je nachdem man nun die Kugel auf die eine oder die andere Oeffnung fallen lässt und letztere dadurch verschliesst, geht die Entladung durch einen grossen oder kleinen secundären negativen Pol. (Nach der Kathodenseite hin verhält die Oeffnung sich natürlich als secundärer positiver Pol.) — Für den Cylinder II ist die Oeffnung x des Communicationsrohrs der secundäre negative Pol; ein Glasstäbchen, am einen Ende zur Verhinderung des Durchfallens mit einem hohlen, nicht ganz runden Knopf versehen, ist in x hin und her beweglich; es ist klar, dass dadurch eine Verkleinerung und Wiedervergrösserung der Oeffnung x bewirkt werden kann. — Die einfachste Vorrichtung zeigt Cylinder III : einen Glashahn, dessen Durchbohrung das Communicationsrohr vertritt. Die Grösse des secundären Pols ist bei voller Oeffnung des Hahns ein Maximum. Dreht man den Hahn aus dieser Stellung und verkleinert dadurch continuirlich den secundären negativen Pol, so sieht man die Schichten continuirlich vor letzterem zurückweichen. Der Vorzug dieser Anord-

Wir legen nun in eine Röhre (Taf. I Fig. 19) zwei derartige secundäre Pole x und y , von denen nur x beweglich zu sein braucht, während y fest sein kann. (Das Stück K , dessen Mündung y bildet, wird dann zweckmässig bald bei der Herstellung des Hauptgefässes mit der Wand des letzteren verschmolzen.) x liegt zwischen der Kathode K und y . Ist die Kathode K verschiebbar, so bemerkt man zunächst, dass ihre Bewegungen wieder nur Einfluss haben auf die vor ihr bis x liegenden Schichten, dass dagegen alle zwischen x und y , wie zwischen y und A liegenden Schichten davon unberührt bleiben. Bewegt man x , so findet man, dass durch die Verschiebung dieses Pols nur eine Bewegung der zwischen x und y gelegenen Schichten hervorgebracht wird; die Schichten zwischen y und A bleiben dabei unbewegt.

Entsprechend haben auch bei Variationen in der Grösse der negativen Pole nur die Aenderungen des Pols y Einfluss auf die Lage der zwischen y und A liegenden Schichten.

Somit hängt die Lage einer jeden Schicht ab von der Lage und Beschaffenheit des ihr nächsten secundären negativen Pols oder secundären negativen Lichtbüschels. Da nun aber jede einzelne positive Schicht auch im einfachen Cylinder, wie ich gezeigt habe¹⁾, nur eine Form des secundären negativen Büschels, der Querschnitt ihres Ursprungs selbst ein secundärer negativer Pol ist, so ergibt sich, dass Lage und Beschaffenheit einer jeden Schicht auch im einfachen Cylinder nicht sowohl abhängen von Kathode und Kathodenlicht, als von der Lage und Beschaffenheit der ihr unmittelbar vorausgehenden Schicht. Wenn im einfachen Cylinder also sämtliche Schichten bei einer Verschiebung der Kathode in Bewegung gerathen, so bedingt die Bewegung der Kathode selbst eigentlich nur eine entsprechend veränderte Lage des von ihr ausgehenden Kathodenlichts; die Verschiebung der Ausgangsstelle des letzteren verrückt die Aus-

nung liegt in der continuirlichen Variation der Oeffnungsweite; sein Nachtheil darin, dass der Stromdurchgang in kurzem aus der Füllung Dämpfe entwickelt, welche die Constanz des Gasinhalts alteriren.

1) Goldstein, Berl. Monatsber. 1876. p. 280.

gangsfläche der ersten positiven Schicht; dadurch verschiebt sich die Spannungsfläche für die zweite Schicht etc.

Ich führte an, dass in einem einfachen Cylinder die aufeinander folgenden Schichtintervalle des positiven Lichts nur sehr wenig voneinander verschieden sind. Berücksichtigt man aber auch noch die sich darbietenden kleinen Differenzen, so findet man, dass die Intervalle von der Kathode nach der Anode hin stetig abnehmen. Bringt man an irgend einer Stelle des Entladungsraumes eine Einschnürung an und erzeugt dadurch einen secundären negativen Pol, so nehmen die Schichtintervalle nur bis zu diesem Pol ab; hinter ihm steigt das Intervall plötzlich wieder an, und es beginnt eine neue Reihe abnehmender Intervalle, die hinter einem neuen secundären Pol wieder ansteigen etc. Man findet so zunächst, dass die Grösse eines jeden Schichtintervalls bedingt wird durch die Verhältnisse des durch die Querschnittsänderung erzeugten secundären negativen Büschels, welches dem betrachteten Intervall zunächst vorausgeht. Durch Uebergang zu unendlich kleinen Querschnittsänderungen, wobei das secundäre negative Büschel übergeht in eine positive Schicht, findet man, dass die Grösse des Intervalls zwischen zwei beliebigen Schichten abhängt von der Beschaffenheit derjenigen Schicht, welche die näher der Kathode liegende Componente des betrachteten Paares bildet — kurz: Jede Schicht, resp. die an ihrer Ursprungsstelle wirkenden Bedingungen haben stets Einfluss auf die nach der Anodenseite folgende Schicht, aber nicht umgekehrt. Die Bedingungen, unter denen die n^{te} Schicht sich bildet, scheinen für die Beschaffenheit der $n + 1^{\text{ten}}$ Schicht stets im Verhältniss von Ursache zu Wirkung zu stehen, und es scheint mir hiernach nur eine andere verbale Einkleidung der beobachteten Thatfachen zu sein, wenn wir, wie oben geschehen, annehmen, dass die Fortpflanzung der electricen Spannungen, die Erzeugung der einzelnen Schichten in der Richtung der wachsenden n , d. h. von der Kathode nach der Anode hin vor sich geht.

V. Zur Frage nach der Natur der galvanischen Polarisation; von F. Exner.

(Aus den Wien. Sitzungsber. 82. 11. Nov. 1880; mitgetheilt vom Hrn. Verf.)

Die Ansichten über die Natur der galvanischen Polarisation, welche ich in einer vor längerer Zeit erschienenen Arbeit¹⁾ ausgesprochen habe, führten zu Consequenzen, die in mancher Richtung mit den bisherigen Anschauungen in Widerspruch traten. Gegen die Richtigkeit einiger dieser Folgerungen ist in jüngster Zeit von Beetz²⁾ Einsprache erhoben worden, und ich will im Folgenden in kurzer und rein sachlicher Darstellung auf diese Einsprache erwidern.

I. Da meine Versuche mich dahin führten, den Polarisationsstrom als durch die Wiedervereinigung der an beiden Electroden ausgeschiedenen Ionen hervorgebracht zu betrachten, so konnte ich die ältere Ansicht nicht als richtig anerkennen, wonach einem jeden Metall, wenn es mit einem bestimmten Gase bedeckt ist, auch eine bestimmte und constante Grösse der „Polarisation“ zukäme, und wonach die Gesamtpolarisation eines Voltameters durch Addition der für beide Electroden geltenden Polarisationen gefunden würde. Ich habe vielmehr die Ansicht vertreten, dass einem gasbedeckten Metalle, z. B. Platin in Wasserstoff, überhaupt keine bestimmte Polarisation zukommt, sondern dass deren Werth wesentlich davon abhängt, in welcher Weise dieser Wasserstoff im Voltameter verwendet wird. Steht dem mit Wasserstoff bedeckten Platin als zweite Electrode z. B. Kupfer in Kupfervitriollösung gegenüber, so erhält man bei Verbindung beider Electroden einen Polarisationsstrom, der seine Entstehung der Reduction des Kupfers durch den Wasserstoff verdankt; ist die zweite Electrode aber Silber in Silbernitratlösung, so reducirt der Wasserstoff das Silber. Da diese beiden Reductionen thermisch nicht gleichwerthig

1) F. Exner, Wien. Ber. 78. Juli 1878.

2) Beetz, Münch. Acad. 1. Mai 1880 und Wied. Ann. 10. p. 348. 1880.

sind, so erhält man auch in beiden Fällen eine verschiedene electromotorische Kraft der Polarisation, obgleich beide mal die eine Electrode Platin in Wasserstoff und die andere eine sogenannte unpolarisirbare ist.

Ich habe daraus den Schluss gezogen, dass die Bestimmung der Polarisation nur einer Electrode als einer Constanten gar keinen Sinn hat, einen Schluss, den ich auch heute noch vollkommen aufrecht erhalten muss. Ich muss es immer noch für ein ganz müssiges Beginnen halten, die Polarisation des Platins in Wasserstoff bestimmen zu wollen, da dieser Werth, für sich allein betrachtet, inhaltslos, in Verbindung mit der Polarisation einer zweiten Electrode aber ganz variabel ist.

Da eine grosse Zahl älterer Versuche zur Bestimmung dieser Polarisation an nur einer Electrode vorlag, so glaubte ich mich zu der Bemerkung bemüssigt, dass diese Methode mit Nothwendigkeit zu falschen Resultaten führt; ich sagte: „Das Vorstehende genügt auch zur Charakterisirung der so oft angewendeten Methode zur Bestimmung der Polarisation in nur einem Gase, z. B. des Platins in Wasserstoff dadurch, dass der Sauerstoff zur Oxydation der zweiten Electrode verwendet wird; es ist für den Werth der Polarisation aber keineswegs gleichgültig, welches Metall oxydirt, respective bei Bildung der Polarisation wieder reducirt wird“. Herr Beetz citirt diesen Satz und fügt hinzu: „Ich kann nicht finden, dass Herr Exner sich von der Richtigkeit dieses Satzes auf experimentellem Wege überzeugt hat; es scheint nicht so“. Ich muss bekennen, dass diese Aeusserung mich nicht wenig überrascht hat, da meine ganze, oben citirte Abhandlung über die galvanische Polarisation eigentlich nichts ist, als der experimentelle Beweis dieses Satzes. Ich verweise diesbezüglich nur auf die Bestimmungen der Polarisation von Platinelectroden in Lösungen von CuSO_4 und ZnSO_4 , ferner in Lösungen von $\text{Cu}(\text{NO}_3)_2$, $\text{Zn}(\text{NO}_3)_2$, AgNO_3 und $\text{Fe}(\text{NO}_3)_2$. Bei den erstgenannten z. B. hat man als Resultat der Electrolyse einerseits Platin in O und H_2SO_4 , andererseits Cu in CuSO_4 , oder Platin in O und H_2SO_4 , an der einen, Zn in ZnSO_4 auf der anderen Seite. Nach der

Methode der einseitigen Bestimmung der Polarisirung, wie sie von Beetz¹⁾ auch jüngst noch zur Bestimmung der Contactwirkung zwischen Gasen und Metallen benutzt wurde, müsste in diesen beiden Voltametern die Grösse der Polarisirung dieselbe sein, da ein jedes von ihnen aus Platin in Sauerstoff gegenüber einer unpolarisirbaren Electrode (Cu in CuSO_4 oder Zn in ZnSO_4) besteht.

Diese Gleichheit besteht aber keineswegs; dasselbe Verhalten zeigen auch die Voltameter mit den oben genannten salpetersauren Salzen zwischen Platinelectroden.

Ausserdem habe ich auf p. 21 der betreffenden Abhandlung eine kleine Tabelle zusammengestellt, um zu zeigen, dass die Polarisirung einer Substanz in einem bestimmten Gase keine constante ist. Dieser Nachweis wurde durch die Electrolyse der Wasserstoffsäuren geliefert. Es scheint mir demnach der oben citirte Satz — ganz abgesehen von allen anderen Versuchsergebnissen in der betreffenden Abhandlung — experimentell sehr wohl begründet.

Da dieser Satz einerseits mit den bisherigen Ansichten in Widerspruch steht, andererseits aber, wie Herr Beetz zugibt, ein fundamentaler ist, so hat es Herr Beetz selbst unternommen, eine experimentelle Prüfung desselben durchzuführen; wenn diese Prüfung verneinend für den Satz ausfiel, so liegt das nicht so sehr am Satze, als, wie ich gleich zeigen will, an der Art der Prüfung.

Die Methode des Hrn. Beetz²⁾ war im Princip die folgende. Der Strom der primären Kette geht durch ein Voltameter, dessen Electroden *A* und *B* sich in getrennten Gefässen befanden; die Flüssigkeiten dieser Gefässe communicirten mit einander durch einen mit angesäuertem Wasser gefüllten Bügel. Das Gefäss der Electrode *A* war ausserdem noch durch einen zweiten derartigen Bügel mit einem Gefässe *Z* verbunden, in welchem sich Zinkvitriollösung und eine amalgamirte Zinkplatte befand. Ist der primäre Strom geschlossen, so scheiden sich die Jonen an den Platten *A*

1) Beetz, Münch. Acad. 4. Mai 1878.

2) Beetz, Wied. Ann. 10. p. 367. 1880.

und *B* ab; um nun die Polarisation der Platte *A* zu finden, verband Herr Beetz diese Platte mit der Erde, die Zinkplatte des Gefäßes *Z* mit dem Electrometer und beobachtete den Ausschlag. War die Platte *A* z. B. aus Platin und durch die Electrolyse mit Sauerstoff bedeckt, so entsprach dieser Ausschlag dem Werthe $Z|Pt_0$, d. h. der Kraft der Combination Zink in Zinkvitriollösung und Platin, mit Sauerstoff bedeckt in angesäuertem Wasser. War ausserdem noch vor Beginn der Electrolyse der entsprechende Werth $Z|Pt$ beobachtet, so ergab die Differenz $Z|Pt_0 - Z|Pt$ den gesuchten Werth $Pt|Pt_0$, d. h. die Spannungsdifferenz zwischen reinem und mit Sauerstoff bedecktem Platin in Wasser.

Um nun meinen Satz von der unbestimmten Bedeutung des Werthes Pt_0 zu widerlegen, verfährt Herr Beetz wie folgt: es bleibt die Platte *A* aus Platin in H_2SO_4 , die Platte *B* dagegen wird gebildet einmal aus Pt in H_2SO_4 , dann aus Zn in $ZnSO_4$, Cu in $CuSO_4$ oder Ag in $AgNO_3$. In jedem dieser Fälle wird *A* zur Erde geleitet und die Zinkplatte des Gefäßes *Z* mit dem Electrometer verbunden. Es zeigt sich nun das wenig überraschende Resultat, dass die beobachteten Werthe untereinander gleich sind. Daraus zieht nun Herr Beetz den Schluss, dass die Polarisation einer Platinplatte immer dieselbe ist, derselben „mag als andere Electrode wieder eine Platinplatte in verdünnter Schwefelsäure, eine Zinkplatte in Zinkvitriollösung, eine Kupferplatte in Kupfervitriollösung oder eine Silberplatte in Silbernitratlösung gegenüberstehen, und zwar gilt das sowohl für die Polarisation durch Sauerstoff als für die durch Wasserstoff.“

Dieser Schluss ist nun ein arger Trugschluss; denn bei all diesen Versuchen ist der polarisirten Platinplatte als andere Electrode immer dieselbe gegenübergestanden, nämlich die mit dem Electrometer verbundene Zinkplatte des Gefäßes *Z*. Das ist doch wohl selbstverständlich, dass, wenn von drei mit einander verbundenen Zellen (*Z*, *A* und *B*) die mittlere (*A*) zur Erde und die linksseitige (*Z*) zum Electrometer geleitet wird, dann der Aus-

schlag derselbe bleibt, es mag das rechtsseitige Gefäß *B* enthalten, was es wolle. Nicht in dem Gefässe *B*, sondern in *Z* hätten Metall und Flüssigkeit variirt werden müssen; und wo dies von Herrn Beetz (zu anderem Zwecke) geschah¹⁾, da zeigte sich auch sofort der geänderte Werth der Polarisation, wenn auch im Gefässe *A* alles constant blieb.

Was Herr Beetz bei seiner Versuchsanordnung hauptsächlich gemessen hat, das ist die electromotorische Kraft eines Smee'schen Elementes, und zwar je nachdem das Platin desselben mit Sauerstoff oder mit Wasserstoff beladen ist. In meiner Arbeit über die inconstanten Elemente²⁾ habe ich ganz gleiche Messungen ausgeführt und gezeigt, dass die Inconstanz z. B. beim Smee'schen Elemente eben daher rührt, dass das Platin mehr oder weniger mit Sauerstoff oder mit Wasserstoff bedeckt ist. Für die äussersten Grenzen hat sich theoretisch wie experimentell ergeben $\text{Zn|Pt}_0 = 2,15$ und $\text{Zn|Pt}_h = 0,73$ (Daniell = 1).

Bildet sich am Platin nebst Sauerstoff auch H_2O_2 , so kann ersterer Werth noch höher steigen; enthält aber die Flüssigkeit am Platin Spuren von ZnSO_4 , so sinkt der Werth Zn|Pt_h noch unter 0,73. Die Zahlen des Herrn Beetz halten sich fast durchwegs etwas über 2,15, resp. unter 0,73, was sich einerseits aus der starken zersetzenden Batterie, andererseits aus dem Umstande erklärt, dass das Zn schon von vornherein in eine concentrirte Lösung von ZnSO_4 tauchte, eine Diffusion dieser Lösung zum Platin demnach, wenn auch nur spurenweise, wohl stattfinden konnte.

Immerhin hätte es Herrn Beetz doch auffallen müssen, dass die eingeschlagene Methode ihn zu dem Werthe $\text{Pt|Pt}_0 = 1,01$ führte, während doch reines Platin gegen sauerstoffbedecktes in angesäuertem Wasser vollkommen indiffe-

1) Vgl. die Tabelle in der Arbeit des Herrn Beetz, p. 357. Die Werthe, welche er erhielt, je nachdem sich in *Z* Zn in ZnSO_4 oder Cu in CuSO_4 befand (die Werthe 2,16, 0,52, resp. 1,29, -0,34), stimmen gut mit den aus diesen Combinationen berechneten überein. Wären die Flüssigkeiten ganz frei von Sauerstoff gewesen, so müssten diese Werthe 2,15, 0,73, resp. 1,17, -0,25 sein.

2) F. Exner, Wien. Ber. **80**. 1879.

rent ist, und zwar nicht nur nach meinen, sondern auch nach des Herrn Beetz¹⁾ eigenen Beobachtungen.

Nach alledem muss ich bei meiner ursprünglichen und sehr wohl begründeten Ansicht beharren, dass die Polarisation einer Electrode, etwa durch ein Gas, überhaupt keine constante Grösse ist, und dass demzufolge alle Methoden, die darauf abzielen, diese Polarisation einseitig zu bestimmen, principiell falsch sind.

II. Ich komme nun zur Besprechung eines anderen Punktes, in Bezug auf welchen meine und des Hrn. Beetz Ansichten auseinandergehen. Ich habe auf Grund der chemischen Theorie die Meinung ausgesprochen, dass der positive Pol eines Elementes, insolange er selbst nicht chemisch verändert wird, auch nur die Rolle einer Ableitung spielt, sonst aber in keiner Weise an der Electricitätsentwicklung theilhaftig ist. Dementsprechend muss es z. B. beim Smee'schen Elemente gleichgültig sein, ob der positive Pol aus Platin, Kupfer oder Silber besteht, solange dafür gesorgt ist, dass diese Metalle zu keinerlei Reactionen Veranlassung geben. Speciell für Platin und Kupfer habe ich diese Beziehung auch strenge bestätigt gefunden, gleichzeitig aber bemerkt, dass man wohl darauf achten müsse, nicht mit sauerstoffhaltendem Wasser zu operiren, da in diesem Falle auch das Kupfer sich oxydirt und dadurch natürlich die electromotorische Kraft des Elementes sinkt. (Dieses Absinken erfolgt, nebenbei bemerkt, in unberechenbarer Grösse, da es ganz von den jeweiligen Versuchsbedingungen abhängt.)

Diese passive Rolle des positiven Poles im Elemente kann Herr Beetz vom Standpunkte der Contacttheorie aus nicht zugeben und findet ausserdem zwischen meinen diesbezüglichen Versuchsergebnissen und den seinigen keine Uebereinstimmung. Während ich die Kraft eines Elementes Zink-Platin in angesäuertem Wasser ganz gleich fand der von Zink-Kupfer in derselben Flüssigkeit, erhält Herr Beetz diese Kraft je nach der Natur der positiven Electrode ver-

1) Beetz, Münch. Acad. 1878. 4. Mai p. 157.

schieden. Er findet in H_2SO_4 : $\text{Zn} - \text{Pt} = 0,72$, $\text{Zn} - \text{Cu} = 0,46$, $\text{Zn} - \text{Ag} = 0,51$.

Das stimmt allerdings mit meinen Versuchen nicht überein, denn ich fand: $\text{Zn} - \text{Pt} = 0,73$, $\text{Zn} - \text{Cu} = 0,73$; allein ich habe mit sauerstofffreiem Wasser gearbeitet, Herr Beetz nicht.

Sobald Sauerstoff im Wasser gelöst ist, entwickelt eben die Oxydation des Cu oder Ag einen Gegenstrom gegen den von der Oxydation des Zn herrührenden. Warum Hr. Beetz glaubt, dass beim $\text{Zn} - \text{Ag}$ -Element eine solche Oxydation nicht zu befürchten sei, ist mir, bei der bekannten Affinität des Silbers gegen freien Sauerstoff, nicht verständlich.

Um in der Wahl des negativen Metalles noch grösseren Spielraum zu gewinnen, ersetzte Hr. Beetz das Zink der Elemente durch Natriumamalgam und erhielt so die Werthe: $\text{Na} - \text{Pt} = 1,33$, $\text{Na} - \text{Ag} = 1,22$, $\text{Na} - \text{Cu} = 1,14$, $\text{Na} - \text{Zn} = 0,68$. Hr. Beetz fügt hinzu: „Der Unterschied zwischen den electromotorischen Kräften eines geschlossenen Natrium-Platin- und eines geschlossenen Natrium-Zink-Elementes ist so gross, dass an einen zufälligen Grund der Abweichung gar nicht gedacht werden kann.“

Der Grund dieser Abweichung ist klar; wenn auch bei den Elementen mit Ag und Cu die verminderte electromotorische Kraft ohne Zweifel auf Rechnung der Oxydation des positiven Poles zu setzen ist, so lässt sich dies doch nicht quantitativ nachweisen, da die beobachteten Werthe von der ganz zufälligen Menge vorhandenen freien Sauerstoffs abhängen. Anders verhält es sich beim Elemente $\text{Na} - \text{Zn}$. Hier spielt der freie Sauerstoff überhaupt keine Rolle mehr (oder höchstens in den ersten Momenten der Schliessung), da das Zink das Wasser zersetzt und freien Wasserstoff liefert. Dagegen liefert diese Wasserzersetzung und die gleichzeitige Oxydation des Zinkes einen Strom entgegengesetzt demjenigen, der vom Na-Pole ausgeht. Die Differenz beider kommt bei der Messung zum Ausdruck. Diese Differenz ist gleich $1,33 (\text{Na} - \text{Pt}) - 0,73 (\text{Zn} - \text{Pt}) = 0,60$, was mit der Beobachtung des Hrn. Beetz, 0,68, in genügender Uebereinstimmung steht.

Hr. Beetz kann nicht zugeben, dass man es hier mit einer Oxydation des positiven Poles (in diesem Falle des Zn) zu thun habe, und sucht diese Ansicht durch folgenden Versuch zu stützen. Er stellt die beiden Metalle eines Na-Zn-Elementes in gesonderte, durch einen Säurebügel verbundene Gefässe, schliesst das Element durch einen kleinen Widerstand in sich selbst und lässt es so 17 Stunden lang stehen. Das Gleiche geschieht mit einer amalgamirten Zinkplatte, die, ohne jeden weiteren Verband, gleichfalls in angesäuertes Wasser tauchte. Nach Verlauf der 17 Stunden wurde die Säure aus der Umgebung beider Zinkplatten auf ihren Gehalt an gelöstem ZnSO_4 geprüft, und es zeigte sich, dass die Säure aus dem Gefässe der isolirten Zinkplatte eine sehr bedeutende Menge des Salzes enthielt, während sich in der dem Elemente entnommenen kaum Spuren hiervon fanden. Daraus folgert Hr. Beetz: „Es ist also nachgewiesen, dass auch das Zink, wenn es die Rolle des negativen Metalles in der Kette spielt, von verdünnter Schwefelsäure nicht angegriffen wird.“

Dieser Schluss ist abermals ein Trugschluss. Das Zink wird in diesem Falle sehr wohl angegriffen, es bildet sich eine Lösung von ZnSO_4 , aber es ist nicht zu vergessen, dass diese Lösung gleichzeitig wieder durch den vom Na-Pole kommenden Strom zersetzt wird. Und da dieser Strom bedeutend stärker ist (1,33), als der vom Zinkpole ausgehende (0,73), so wird in jedem Moment das ganze oxydirte Zink auch wieder reducirt und eine dem Ueberschusse des Stromes entsprechende Menge Wasser zersetzt. Es ist also gar nicht möglich, von dem oxydirten Zink etwas in der Lösung zu finden, da thatsächlich die Menge des metallischen Zinkes ungeändert bleibt. Dieses Verhalten des Zinkes ist aber keineswegs gleichbedeutend mit einem ganz indifferenten, wie es etwa das Platin zeigt. Im Na-Pt-Element reducirt der Strom Wasserstoff, im Na-Zn-Elemente aber Zink (Dank der durch die selbständige Oxydation des Zinkes sich bildenden Schicht von ZnSO_4); erstere Arbeit schwächt den Strom um 34 Calorien, letztere aber um 52 Calorien. Die Differenz von 18 Cal. per Aequivalent entspricht eben der

electromotorischen Kraft eines Smee'schen Elementes, und eben um diesen Betrag geschwächt, erscheint der Strom des Na-Elementes, wenn das Pt durch Zn ersetzt wird. Ein solches Na-Zn-Element ist eben eine Combination zweier gegeneinander geschalteter Elemente; es ist für die erzeugte electromotorische Kraft ganz gleichgültig, ob man in einen Stromkreis ein solches Na-Zn-Element einfügt, oder ein Na-Pt-Element und dagegengeschaltet ein Zn-Pt-Element. Auch in diesem Falle wird sich in letzterem kein ZnSO_4 bilden, und doch wird niemand bezweifeln, dass der Effect dieses Elementes auf Oxydation des Zinkes beruht.

Es ist daher die Beweisführung des Hrn. Beetz auch in diesem Punkte eine ganz unzutreffende, und ich muss den oben erwähnten Satz, dass der positive Pol eines Elementes, solange er nicht zu chemischen Reactionen Veranlassung gibt, nur die Rolle eines Leiters der Electricität (nicht eines Erregers) spielt, vollinhaltlich aufrecht halten.¹⁾

III. Auch noch in Bezug auf einen dritten Punkt kann ich mich mit den Auseinandersetzungen des Hrn. Beetz nicht einverstanden erklären. Es handelt sich um den Verlauf der Polarisation in einem Voltameter, wenn die electromotorische Kraft des primären Stromes allmählich von Null an wächst. Ich habe diesbezüglich den Satz ausgesprochen²⁾, und durch zahlreiche Experimente belegt, dass die Kraft der Polarisation in jedem Momente gleich ist der primären Kraft, solange diese noch nicht hinreicht, eine fortdauernde Electrolyse zu veranlassen; sobald aber letztere Grenze erreicht ist, bleibt die Kraft der Polarisation vollkommen constant, ungeachtet des weiteren Anwachsens des primären Stromes. Dieses Verhalten des Polarisationsstromes (nämlich die Nichtexistenz eines sogenannten Maximums der Polarisation) ist von entscheidender Wichtigkeit für die Theorie der Erscheinung. Hr. Beetz

1) Vgl. in dieser Beziehung auch meine letzte Arbeit. Wien. Ber. 82. p. 376. Juli 1880.

2) Fr. Exner, Wien. Ber. 82. Febr. 1878.

ist nun der Meinung, dass Derartiges auch schon von anderen ausgesprochen wurde, und citirt diesfalls einen Satz aus seinen früheren Arbeiten, welcher lautet: „Der Strom einer Daniell'schen Kette (von der Kraft 21,22) könnte nur so lange Wasserstoff und Chlor aus Salzsäure zwischen Platinelectroden entwickeln, bis deren Ladung ebenfalls gleich 21,22 ist, . . . denn wenn die beiden Kräfte einander gleich sind, hört jede weitere Wirkung auf.“ Ich kann nicht finden, dass dieser Satz etwas anderes als Selbstverständliches enthielte, jedenfalls ist darin gar nichts über den Verlauf des Polarisationsstromes gesagt. Der zweite Ausspruch, den Hr. Beetz citirt, rührt von Crova her und lautet: „So lange die electromotorische Kraft der Säule, welche den Strom liefert, eine gewisse Grenze nicht erreicht hat, ist die electromotorische Kraft der Polarisation der der Säule gleich und wächst mit ihr von Null bis zu dieser Grenze. Wächst die electromotorische Kraft der Säule über diese Grenze hinaus, so beginnt die Gasentwicklung auf der Oberfläche der Platten, die Kraft der Polarisation fährt fort, immer langsamer und langsamer zu wachsen und strebt schnell einem constanten Werthe zu.“ Diese Ansicht Crova's (die mir sehr wohl bekannt war, denn ich habe die betreffende Arbeit citirt) ist wenigstens zum Theile richtig; allein das Meritorische der Sache ist auch hier wieder verfehlt, wie in allen früheren Untersuchungen, und zwar aus Gründen, die ich in meiner Arbeit über die Polarisation des Platins näher erörtert habe. Aber selbst wenn Crova oder ein anderer zufällig das Richtige behauptet hätte, so würde ich darum meine Untersuchungen doch nicht für überflüssig gehalten haben, denn es ist allerdings leicht, hinterdrein aus den wohl an hundert älteren Aussprüchen den richtigen oder doch annähernd richtigen herauszufinden, sobald man einmal die Sache kennt; und dass man zur Zeit, als ich meine Untersuchungen machte, soweit nicht war, dafür bürgt zur Genüge die Literatur dieses Gegenstandes.

Es sei mir schliesslich noch folgende Bemerkung gestattet. So erspriesslich es ohne Zweifel ist, wenn eine Frage wissenschaftlicher Natur von verschiedenen Standpunkten aus betrachtet und ventilirt wird, so unerfreulich ist es andererseits, wenn eine solche Discussion ihre Entstehung nur einer falschen Auffassung der Sache verdankt. Es wird mir auch nicht beifallen, die mehrfachen Angriffe solchen Ursprungs gegen meine Ansichten, die schon gemacht wurden und voraussichtlich noch erfolgen werden, zu beantworten; ich habe mich aber für verpflichtet gehalten, auf die im Vorstehenden behandelten Punkte einzugehen, da mir die betreffenden Einwände eben von einer Autorität auf diesem Gebiete gemacht wurden. Wenn die Beantwortung dieser Einwände vielleicht länger als nöthig auf sich warten liess, so mag dies durch das Unangenehme einer Erwiderung entschuldigt erscheinen.

VI. *Noch eine Bemerkung zur Frage nach der Natur der galvanischen Polarisation; von W. Beetz.*

Eben so ungern, wie Hr. Fr. Exner, verstehe auch ich mich zu einer nochmaligen, aber letzten Erwiderung in der obenbezeichneten Frage. Der Umstand, dass Hr. Exner nur meine Einwände einer Beantwortung werth erachtet hat, während er die von anderen Seiten her gegen seine Arbeiten schon gerichteten oder noch zu richtenden Angriffe unbeantwortet lassen zu wollen erklärt, legt es mir nahe, auch seine Kritik¹⁾ nicht mit Stillschweigen zu übergehen. Ich bemerke zu derselben mit Uebergang unwesentlicherer Dinge Folgendes:

1) Die Brauchbarkeit der Methode, die Gesamtpolarisation als die algebraische Summe der Polarisationen der beiden einzelnen Electroden zu bestimmen, ist von mir dadurch bewiesen, dass ich durch dieselbe die gleichen Werthe erhielt, wie sie von Hrn. Exner und Anderen durch directe

1) S. den vorhergehenden Aufsatz.

Mess-
nun.
Exne
Elect
binde
dem
mit d
selbs
halter
Platte
Elec
steh
troder
es au
gemei
zeigen
motor
larisa
messe
Exne
zwich
sprich
etwas
Polar
beide
Zim
weil s
findet.
2
ich na
reinen
den V
geben
angesi
ich, o
durch
platte
Exne

Messung der Gesamtpolarisation erhalten wurden. Die Art nun, wie ich diese Einzelpolarisationen messe, erklärt Hr. Exner für unrichtig. Wenn zwei Platten *A* und *B* in einem Electrolyten als Electroden einer Säule dienen, und ich verbinde während der Fortdauer des Stromes die Platte *A* mit dem Erdboden, während ich *B* einer neutralen Platte *Z*, die mit dem Electrometer verbunden ist, gegenüberstelle, so soll selbstverständlich immer dieselbe Spannungsdifferenz erhalten werden, ohne Rücksicht auf die Beschaffenheit der Platte *B*, weil nun der einen Electrode *A* als andere Electrode immer die neutrale Platte gegenüberstehe. Diese Behauptung ist mir unbegreiflich. Die Electroden des Stromes sind nun einmal *A* und *B* und bleiben es auch. *A* und *B* sind polarisirt in dem bisher ganz allgemein üblichen Sinne des Wortes, und meine Versuche zeigen, dass *B* durch denselben Strom und dieselbe electromotorische Kraft immer gleich stark polarisirt ist, die Polarisation von *A*, welche nach Ableitung von *B* ja auch gemessen worden ist, mag sein, welche sie will. Wenn Hr. Exner die Polarisation nicht zwischen *A* und *B*, sondern zwischen den beiden Electroden *A* und *Z* sucht, so spricht er von etwas ganz Anderem, als ich, aber auch von etwas ganz Anderem als dem, was er selbst sonst unter Polarisation versteht, nämlich die Wiedervereinigung der an beiden Electroden ausgeschiedenen Jonen. Die Platte *Z* nimmt an einer solchen Ausscheidung gar keinen Antheil, weil sie sich zu keiner Zeit innerhalb der Stromleitung befindet.

2) Hr. Exner sagt, es hätte mir auffallen müssen, dass ich nach meiner Methode für die Spannungsdifferenz zwischen reinem und mit Sauerstoff polarisirtem Platin (also $\text{Pt} | \text{Pt}_0$) den Werth 1,01 *D* erhielt, während ich doch selbst angegeben habe, dass reines Platin gegen sauerstoffbedecktes in angesäuertem Wasser indifferent sei. Nie und nirgend habe ich, oder hat irgend ein anderer Physiker das von einer durch den Strom in Sauerstoff polarisirten Platinplatte ausgesagt, vielmehr habe ich mich an der von Hrn. Exner citirten Stelle und noch an mancher anderen aus-

fährlich über den Unterschied zwischen einer mit Sauerstoff polarisirten und einer mit passivem Sauerstoff bedeckten Platte ausgesprochen.

3) Die Thatsache, dass ein $\text{Zn} \mid \text{Ag}$ -Element eine andere electromotorische Kraft zeigt, als ein $\text{Zn} \mid \text{Pt}$ -Element, erklärt Hr. Exner aus dem Umstande, dass das Silber in dem nicht sauerstofffreien Wasser sich selbst oxydirt und so einen Gegenstrom erzeuge. Ich weiss nicht, ob man diese Oxydation wirklich annehmen will. Aber zugegeben, es sei so, so passt der Einwurf nicht, denn ich habe meine Leitungsflüssigkeit auf ganz dieselbe Weise von Sauerstoff befreit, wie Hr. Exner die seine. „Da Auskochen, Auspumpen u. dgl. nur sehr mangelhaft nützt“, sagt derselbe¹⁾, „so bleibt nichts übrig, als den Sauerstoffvorrath durch die Wasserstoffentwicklung des Elementes selbst sich erschöpfen zu lassen, was, wenn der Widerstand desselben nicht sehr gross ist, stets in kurzer Zeit, meist ein bis zwei Minuten, erreicht ist.“ Bei meinen Versuchen dauerte der Stromschluss, wie ich angegeben habe, stets drei Minuten. Wenn unter diesen Umständen doch die Kraft $\text{Zn} \mid \text{Ag}$ eine andere war, als $\text{Zn} \mid \text{Pt}$, so ist eben die Beschaffenheit der negativen Platte an dem Unterschiede schuld, und das wollte ich ja gerade zeigen im Gegensatze zur Behauptung des Hrn. Exner, dass in der sauerstofferschöpften Flüssigkeit ein solcher Unterschied nicht statfinde. So gut, wie Hr. Exner die Potentialdifferenz $\text{Na} \mid \text{Zn}$ als identisch ansieht mit der algebraischen Summe der Differenzen $\text{Na} \mid \text{Pt}$ und $\text{Pt} \mid \text{Zn}$, muss man auch die Potentialdifferenz $\text{Zn} \mid \text{Ag}$ als identisch betrachten mit der algebraischen Summe der Differenzen $\text{Zn} \mid \text{Pt}$ und $\text{Pt} \mid \text{Ag}$, und wenn dann das Silber durch seine eigene Oxydation in den Process der Stromerzeugung mit eingreift, so muss man auch den chemischen Vorgang und demnach die Wärmetönung im $\text{Zn} \mid \text{Ag}$ -Elemente anders darstellen, als im $\text{Zn} \mid \text{Pt}$ -Elemente, und damit würde ja auch nach der Anschauung des Hrn. Exner der negativen Platte eines Elementes der ihr gebührende Antheil zugewiesen sein.

1) Exner, Wien. Ber. p. 9. 11. Oct. 1879.

Ich hege nicht die Hoffnung, dass durch meine Er-
widerung die Meinungsverschiedenheiten, welche zwischen
Hrn. Exner und mir bestehen, ausgeglichen werden; das
kann ja wohl für die Wissenschaft auch ganz gleichgültig
sein. Nicht gleichgültig aber ist es mir, ob dritte glauben,
ich gebe selbst die Unrichtigkeit meiner Beweisführung zu.
Uebrigens muss ich auch jetzt wieder erklären, dass es mir
nicht einfällt, einseitig für die Contacttheorie einzutreten.
Die vom Standpunkte dieser Theorie aus gewonnenen Re-
sultate müssen ja schliesslich mit den Anschauungen der
Electrochemiker in Einklang gebracht werden.

München, 1. Januar 1881.

VII. Ueber die Electricitätserregung beim Contact von Metallen und Gasen¹⁾; von F. Schulze-Berge.

(Ausgeführt im phys. Institut der Univ. zu Berlin.)

Die experimentelle Grundlage, von welcher die Lehre
von der Berührungselectricität ihren Ausgang nahm, bildete
die von Volta entdeckte Thatsache, dass zwei heterogene
Metalle, wenn sie zum Contact gebracht werden, sich mit
entgegengesetzt gleichen Electricitätsmengen laden, bis die
Spannungsdifferenz zwischen beiden einen bestimmten Werth
erreicht hat. Weitere Untersuchungen zeigten später, dass
in ähnlicher Weise die Berührung von Metallen und Flüssig-
keiten zur Electricitätsentwicklung Anlass gibt.

Naturgemäss reiht sich hieran die Frage, ob eine ent-
sprechende Erscheinung auch beim Contact von Metallen
und Gasen eintritt.

Die an den sogenannten Gasketten beobachteten Er-
scheinungen sind zur Beantwortung dieser Frage nicht ge-
eignet. Denn wenngleich bei denselben die Entstehung
eines Stromes beim Eintauchen von homogenen, mit ver-
schiedenen Gasen bedeckten Electroden in eine und dieselbe

1) Theilweise erweiterter Abdruck der Inaug.-Dissert. des Verf.

Flüssigkeit ausschliesslich der Einwirkung der Gase zuzuschreiben ist, so bleibt es doch ganz unentschieden, in wie weit bei dem Vorgange die Flüssigkeit und deren durch die Gase bewirkte Veränderung von Einfluss ist. Dasselbe gilt von den Versuchen, welche Buff¹⁾ mit Hülfe des Condensators anstellte, um die Stellung des Wasserstoffs in der Spannungsreihe zu ermitteln.

Bei den Versuchen, deren Resultate im Folgenden mitgeteilt werden sollen, und die zur Untersuchung der bei ausschliesslicher Berührung von Metallen und Gasen eintretenden electricischen Erregung dienen sollten, wurde ebenfalls ein Condensator angewandt. Die aus gleichem Metall hergestellten Platten desselben wurden verschiedenartigen Einflüssen ausgesetzt, durch welche die ihnen anhaftenden Gasschichten eine Aenderung erfuhren. Die hierdurch erzeugte electricische Differenz wurde an einem Thomson'schen Quadrantenelectrometer gemessen.

Die nähere Einrichtung des Condensators erhellt aus Taf. II Fig. 5. Beide Platten waren kreisrund und hatten 15 cm Durchmesser. Die untere *a* ruhte auf drei messingenen Stellschrauben und befand sich in beständiger metallischer Verbindung mit der Erde (d. h. mit der Gasleitung des Gebäudes). Die obere *b* war an einen Messingzapfen *c* angeschraubt, dieser mittelst eines Kautschukpfropfens isolirt in die Messingstange *d* eingesetzt. Das eine Ende der Messingstange war durch ein Charnier mit der Messingsäule *e* verbunden, während an dem anderen eine aus Metallfäden gedrehte Schnur *f* befestigt und über die an der Säule *g* angebrachte Rolle *h* geführt wurde. An *g* befand sich ein kleiner Ansatz *i*, auf welchem die Stange *d* ruhte, wenn die Condensatorplatten einander genähert und nur noch durch eine dünne Luftschicht von einander getrennt waren; die Entfernung derselben wurde durch Anziehen der Schnur *f* bewirkt. Die Verbindung der oberen Platte mit dem Electrometer wurde durch eine an *c* befestigte Kupferspirale vermittelt. Die Säulen *e* und *g*, sowie die Träger

1) Buff, Lieb. Ann. 41. p. 136. 1842.

der Stellschrauben der unteren Platte waren sämmtlich in ein messingenes Fussgestell eingelassen.

Die electricische Differenz der beiden Platten sollte nicht durch directe Ueberführung der im Condensator angesammelten Electricität ins Electrometer bestimmt, sondern vielmehr das Potential der oberen dem der unteren künstlich gleich gemacht, und so eine Bindung von Electricität an den einander zugewandten Flächen der Condensatorplatten verhindert werden.

Hierzu war es nöthig, die obere Platte mit einer Electricitätsquelle von beliebigem, aber bekanntem Potential in Verbindung setzen zu können. Zu diesem Zweck wurden die Pole eines Daniell'schen Elementes *A* (Taf. II Fig. 6) mit den Quecksilbernäpfchen 2 und 5 einer Wippe *B* verbunden. Durch Vermittelung zweier dreiarmer Bügel konnte gleichzeitig entweder 2 mit 1 und 5 mit 3, oder 2 mit 3 und 5 mit 1 verbunden werden. Zwischen 1 und 3 war ein Stöpselrheostat *C* eingeschaltet, in welchem sich zwischen Näpfchen 3 und dem Punkt *l* beständig 2200 Siemens'sche Einheiten befanden, während zwischen *l* und 1 jede beliebige Anzahl von Einheiten von 0 bis 10000 eingeschaltet werden konnte. Näpfchen 1 war zur Erde *G* abgeleitet, *l* durch Vermittelung des Näpfchens *m* mit dem Bügel *p* des Unterbrechers *D* verbunden, dessen zweiter Arm je nach Belieben in das Näpfchen *n* getaucht oder von demselben entfernt werden konnte. *m* und *n* waren aus Glas hergestellt, an ein Holzklötzchen angesiegelt und mit Quecksilber angefüllt. Mit *n* stand das Quadrantenpaar *I* des Electrometers *E*, sowie die obere Platte des Condensators *F* in dauernder Verbindung.

War nun die Anzahl der zwischen *l* und 1 eingeschalteten Einheiten gleich *w*, und bedeutet *D* die Potentialdifferenz zwischen dem Kupfer- und dem Zinkpol der Kette, so war das im Punkte *l* vorhandene Potential *x* gegeben durch die Gleichung:

$$x = D \frac{w}{2200 + w},$$

wobei der Widerstand des Elementes gegen den des Schliessungsbogens vernachlässigt ist. Dabei war *x* positiv oder

negativ, je nach der Stellung des Bügels der Wippe *B*. Um denselben Betrag x änderte sich gleichzeitig das auf dem Quadrantenpaar *I* des Electrometers und das in der oberen Condensatorplatte vorhandene Potential gegen den Zustand, in welchem $w = 0$ ist, d. h. die genannten Theile in directer Verbindung mit der Erde stehen.

Musste der oberen Platte zur Compensation ihrer Potentialdifferenz gegen die untere das Potential $+x$ ertheilt werden, so war diese Differenz vor der Compensation gleich $-x$. War die Compensation erreicht, so durfte nach Unterbrechung der Verbindung von *m* und *n* die Entfernung der oberen Platte von der unteren keine Ablenkung der Electrometernadel bewirken.

Der wesentlichste Vortheil dieser Methode ¹⁾, electriche Differenzen zu bestimmen, besteht darin, dass bei ihr die Stellung der Platten gegen einander und die von dieser abhängige Verstärkungszahl des Condensators nicht so sehr in Betracht kommen, wie bei der von Kohlrausch ²⁾ angegebenen. Misst man nämlich die bei Berührung der Platten gebundene Ladung direct am Electrometer, so kann durch eine geringe Aenderung der Distanz, in welcher die Platten zur Berührung gebracht werden, eine erhebliche Aenderung in der Menge der gebundenen Electricität eintreten. Bei Gleichheit des Potentials hingegen tritt eine Bindung überhaupt nicht ein, mag die Distanz der Platten gross oder klein sein. Ueberdies lässt sich das Verharren der Nadel des Electrometers in einer bestimmten Ruhelage ungemein viel genauer controliren, als eine Ablenkung derselben, da bei dieser der störende Einfluss der Aufhängung, wie er sich in der Aenderung der Ruhelage nach erfolgter Ablenkung kund gibt, nie ganz zu beseitigen ist.

Bevor der beschriebene Apparat zu Versuchen über die electriche Einwirkung zwischen Metallen und Gasen benutzt werden konnte, mussten noch einige Fehlerquellen aus dem Wege geräumt werden, welche bewirkten, dass der

1) Dieselbe Methode ist gleichzeitig von Hrn. Pellat zu ähnlichen Untersuchungen angewandt worden (Compt.-rend. 90. 26. April 1880).

2) Kohlrausch; Pogg. Ann. 82. p. 4. 1851.

Um dem beren stand, recter r Po- rtheilt gleich Unter- g der electro- rische ar die dieser o sehr 2) an- platten durch platten derung . Bei über- oder Nadel gemein en, da wie er Ablen- über Gasen quellen ss der nlichen 880).

Condensator, obgleich seine Platten aus demselben Metall möglichst gleichmässig hergestellt waren, dennoch bei der Entfernung derselben stets eine Ladung aufwies, deren Grösse veränderlich war.

Eine derselben hatte darin ihren Grund, dass sich bei der Entfernung des Bügels p in D aus dem Näpfchen n eine leichte Reibung des in letzterem enthaltenen Quecksilbers gegen die Glaswand des Näpfchens nicht vermeiden liess. Die dadurch herbeigeführte Electricitätsentwicklung fiel fort, als die Näpfchen m und n durch eiserne, mit Quecksilber gefüllte Fingerhüte ersetzt wurden. Gleichzeitig musste auf möglichste Sauberkeit der Spitzen des Bügels sowie der Oberfläche des Quecksilbers geachtet werden, da eine Decke von Staubtheilchen auf einem der beiden Theile sowohl die Vollkommenheit der Verbindung beeinträchtigte, als auch reibungselectrische Erscheinungen hervorrief.

Die ergiebigste Fehlerquelle aber lag in der Influenz versteckter äusserer Electricitätsmengen. Die hierdurch hervorgerufenen Störungen waren insbesondere darum misslich, weil sie sowohl der Grösse, als der Richtung nach sehr variirten und zeitweise ganz verschwanden. Die Annäherung der Hand oder der Kleidungsstücke des Beobachters genügten oft, um sehr merkliche Ladungen im Condensator zu induciren. Auch die Tischplatte, auf welcher der letztere aufgestellt war, zeigte sich beständig electrirt, und jede Aenderung ihres electrischen Zustandes beeinflusste den Werth der Ladung, welche der Condensator annahm.

Um alle diese störenden Einflüsse auszuschliessen, wurde der ganze Apparat in eine metallische, zur Erde abgeleitete Umhüllung gebracht. Unter dem Condensator wurde eine Stanniolplatte ausgebreitet, auf welcher ein cubischer Blechkasten, welcher den Condensator bedeckte, ruhte. In einer Seitenwand des Kastens befand sich ein Schlitz, welcher die Bewegung des Trägers d der oberen Condensatorplatte gestattete; in einer anderen eine kleine Oeffnung, durch welche der Verbindungsdraht zwischen dieser Platte und dem Näpfchen n hindurchging. Der Deckel des Kastens konnte zurückgeschlagen werden. Der Draht, welcher das

Quadrantenpaar *I* mit *n* verband, wurde isolirt durch eine Blechröhre geführt, und schliesslich auch das Electrometer mit einem innen von Stanniol bedeckten Pappkasten umgeben. Die Stanniolbelegung und Blechröhre waren gleich dem Schutzkasten des Condensators zur Erde abgeleitet.

Auch nach Anwendung der beschriebenen Vorsichtsmassregeln zeigte sich zwischen den aus Messing gegossenen, glatt polirten und galvanisch vergoldeten Platten des Condensators eine geringe Potentialdifferenz, welche im Laufe der Zeit nicht constant blieb, sondern sich innerhalb enger Grenzen ganz allmählich änderte. Dieselbe ging selten über den Werth von $0,01 D$ um ein Geringes in positiver oder negativer Richtung hinaus und hatte vermuthlich ihren Grund in äusserlich nicht merkbaren Veränderungen der Oberflächen der Platten. Dieselbe Erscheinung wurde ebenso bei zwei massiven Messing- und bei zwei mit Platinfolie bedeckten Kupferplatten beobachtet.

Es wurde nun die eine der beiden vergoldeten Messingplatten, nachdem ihre Potentialdifferenz gegen die zweite geprüft und compensirt war, unter die Glocke der Luftpumpe gebracht. Nachdem sie einige Stunden hindurch im luftverdünnten Raume belassen, zeigte sich in der That eine merkliche Aenderung ihrer Erregung gegen die zweite Platte, und zwar erschien sie positiver als vorher. Der grösste Werth dieser Aenderung, welcher sich erreichen liess, betrug $0,061 D$. Dann trat eine allmähliche Abnahme der Differenz ein, welche jedoch, besonders in ihren letzten Stadien, sehr langsam erfolgte.

Aber auch dann, wenn die Platte nur eine Zeit lang sich unter der Glocke der Luftpumpe befunden hatte, ohne dass diese evacuirt worden wäre, trat eine Erregung in gleicher Richtung, wie nach erfolgter Evacuation ein, so dass sich nicht unterscheiden liess, in wie weit diese Wirkung der Evacuation selbst, in wie weit sie den unter der Glocke vorhandenen, von dem Dichtungsmittel herrührenden Fettdünsten oder anderweitigen Einflüssen zuzuschreiben war.

Um die Frage nach der Einwirkung der Gasschichten

von einer anderen Seite her anzugreifen, wurde der Versuch gemacht, die der einen Platte anhaftende Luftschicht durch eine andere Gasschicht zu ersetzen.

Zu dem Zweck wurde die Platte auf ein cylindrisches Messinggefäss von ca. 1 cm Höhe gelegt, dessen innerer Durchmesser um eine Spur geringer war, als derjenige der Platte, sodass diese gleichsam als Deckel das Gefäss abschloss. Durch eine Oeffnung im Boden des letzteren wurde das Gas, dessen Einfluss die Platte ausgesetzt werden sollte, in das Gefäss eingeführt, bis es die in demselben enthaltene Luft verdrängt und einige Zeit hindurch auf die Platte eingewirkt hatte. Dann wurde diese abgehoben und einer zweiten gleichartigen, welche aber nur dem Einfluss der atmosphärischen Luft ausgesetzt geblieben war, im Condensator gegenüber gestellt. Bei späteren Versuchen wurde die Aenderung der Atmosphäre der einen Platte öfters auch so bewirkt, dass sie in einen direct aus dem Entwicklungsapparat durch ein Glasrohr austretenden Gasstrom gehalten wurde, da diese Art sich in vielen Fällen wirksamer erwies, als die vorhin beschriebene.

Unter den zahlreichen Versuchen, welche mit den verschiedenen Plattenpaaren angestellt wurden, waren die meisten qualitativ eindeutig bestimmt. Durch Ozon wurde sowohl Gold und Platin, als auch Messing negativ gegen eine mit Luft bedeckte Platte gleichen Metalls. Der Wasserstoff erregte Platin regelmässig stark positiv, während sein Einfluss auf Gold kaum merklich, auf Messing sogar bei verschiedenen Versuchsreihen qualitativ verschieden war. Chlor machte das Platin negativer erscheinen, Ammoniakgas, welches aus seiner wässerigen Lösung verdunstete, das Messing positiver.

Die Grösse der eintretenden Potentialdifferenz war in diesen Versuchen auch bei möglichst übereinstimmender Behandlung eines Plattenpaars bei den verschiedenen Beobachtungen einer Reihe sehr ungleich. Auch liess sich keine sichere Beziehung zwischen der Dauer der Einwirkung des Gases und der Grösse der erzeugten Potentialdifferenz constatiren. Die letztere nahm ihren grössten beobachteten

Werth bei der Berührung der beiden Platinplatten an, von denen die eine mit Wasserstoff, die andere mit Luft bedeckt war, und zwar betrug derselbe 0,214 D.

In allen beobachteten Fällen nahm die Potentialdifferenz der Platten allmählich ab, und diese näherten sich dem Zustande, in welchem sie sich vor Einwirkung des Gases befunden hatten. Keineswegs erreichten sie denselben immer, meistens blieb ein etwas grösserer Unterschied zurück; in einigen Fällen aber war die Differenz am Schlusse des Versuches geringer als vor Beginn der Einwirkung des Gases.

Hiernach ergibt sich, dass Veränderungen des Gasbedeckung der Metalle in der That die electromotorische Differenz der letzteren erheblich beeinflussen können, eine Thatsache, die sich am einfachsten aus der Annahme erklärt, dass auch die Gase gegen Metalle, mit denen sie in Berührung kommen, eine bestimmte, von ihrer Natur abhängige Potentialdifferenz annehmen und nur als gute Isolatoren nicht im Stande sind, die so gewonnene Electricität an ihre Umgebung abzugeben. Alsdann wird sich bei der Anlagerung eines Gases an ein Metall an der Oberfläche des letzteren ebenso eine electriche Doppelschicht bilden, wie wenn es mit einer dünnen Schicht eines heterogenen Metalles überzogen wäre. Und wenn von zwei homogenen Condensatorplatten die eine mit einem stärker positiv erregten Gase bedeckt ist, als die andere, so muss sich erstere gegen letztere wie ein electropositiveres Metall verhalten.¹⁾

Aus der allmählichen Abnahme der Differenz zwischen einer mit Luft und einer mit fremdem Gase bedeckten Platte ist auf ein allmähliches Verschwinden des Gases zu schliessen. Ob dieses dabei infolge von Diffusion von der Platte verdrängt wird, oder ob es durch einen chemischen Process seine Ladung gegen die Platte ausgleicht, mag dahin gestellt bleiben. Im ersteren Falle würde sich aber ein Unterschied ergeben, je nachdem das Gas sich mit Electri-

1) Hiernach würden die obigen Angaben beweisen, dass sich z. B. Wasserstoff positiver, Ozon negativer gegen Platin verhält, als atmosphärische Luft.

cität beladen oder neutral entfernte. Führt es seine Ladung mit sich fort, so würde eine der seinigen entgegengesetzt gleiche Electricitätsmenge im Metall zurückbleiben, während bei eintretender Neutralisirung in letzterem keine freie Electricität weiter auftreten könnte.

Um die experimentelle Beantwortung dieser Frage zu bewerkstelligen, ist es erforderlich, diejenige Platte, von welcher das Gas verschwindet, isolirt und gegen die Einwirkung fremder Electricitätsmengen vollkommen geschützt zu erhalten. Dies Ziel konnte aber bisher trotz aller angewandten Vorsichtsmassregeln nicht völlig erreicht werden. Zunächst trat stets, wenn die isolirte Platte (auch nachdem sie längere Zeit ausschliesslich mit Luft in Berührung gewesen) mit dem Electrometer in dauernder Verbindung blieb, ein langsames Wandern der Nadel ein, und zwar nicht immer in gleicher Richtung von der Ruhelage aus. Vermuthlich rührte dies hauptsächlich von Veränderungen der Electricitätsvertheilung auf den im Innern des Electrometers befindlichen Isolatoren her. Die Aenderung des Potentials, welche hierdurch auf dem isolirten Quadrantenpaar hervorgerufen wurde, war aber so beträchtlich, dass ohne deren Vermeidung an eine Messung der zu controlirenden Electricitätsmengen nicht gedacht werden konnte.

Zur Beseitigung dieses Uebelstandes wurde in den früher beschriebenen Apparat (Taf. II Fig. 6) hinter dem Unterbrecher *D* noch eine mit drei Näpfchen *r*, *s*, *t* und einem dreiarmligen Bügel *u* versehene Wippe *H* eingeschaltet. Dabei wurde das Quadrantenpaar *I* mit *r*, die Platte *b* und das Näpfchen *s* mit *n*, endlich *t* mit *m* verbunden. Bei dieser Anordnung war es möglich, das Quadrantenpaar *I* während der Isolation der zu prüfenden Platte constant auf demjenigen Potential zu erhalten, welches letztere in dem Zustande, in welchem sie isolirt wurde, besessen, indem *p* aus *n* entfernt wurde, während *r* durch *u* mit *t* verbunden blieb. Wurde dann, nachdem letztere einige Zeit hindurch sich selbst überlassen geblieben, der Bügel *u* umgelegt, so musste sich eine Aenderung ihres Potentials durch eine Ablenkung der Nadel des Electrometers kund geben.

Eine solche trat nun fast regelmässig auch nach der Isolation einer nur mit atmosphärischer Luft bedeckten Platte ein und zeigte an, dass noch Electricitätsquellen im Spiele waren, die sich der Controle entzogen. Möglich ist, dass der in der Luft vorhandene Staub als Träger von Electricität fungirte, die er bei seiner Berührung mit der Platte dieser mittheilte. Es fand nämlich stets, wenn in dem Arbeitsraum eine Staubwolke künstlich erzeugt wurde, eine sehr beträchtliche Ansammlung von Electricität auf der isolirten Platte statt. Ganz liessen sich diese Störungen nicht vermeiden; da sie aber während der ersten Minuten der Dauer der Isolation nur eine geringe Höhe erreichten, so hinderten sie nicht die Möglichkeit wenigstens qualitativ übereinstimmender Resultate.

Wurde nun, nachdem die obere Condensatorplatte mit einem fremden Gase bedeckt war, während die untere von Luft umgeben blieb, das Potential der ersteren auf einen solchen Werth gebracht, dass derselbe bei ihrer Entfernung von der zweiten Platte keine Aenderung erfuhr; wurde dann, während das Quadrantenpaar *I* auf diesem Potential erhalten blieb, die obere Platte einige Minuten hindurch isolirt und schliesslich wieder bei genäherter Stellung der Platten mit dem Quadrantenpaar verbunden, so trat eine eigenthümliche Erscheinung ein, welche auf den ersten Blick mit der Theorie des Condensators nicht im Einklang zu sein scheint.

Es stellte sich nämlich zunächst stets eine Ablenkung der Nadel ein, welche positiv war, wenn die obere Platte infolge ihrer Gasbedeckung gegen die untere electropositiv geworden war, negativ im entgegengesetzten Falle. Wurde aber alsdann die obere Platte von der unteren entfernt, so ergab sich niemals diejenige Verstärkung der Ablenkung, welche die Verstärkungszahl des Condensators erwarten liess. Bei einem Theil der Beobachtungen fand zwar eine Vergrösserung statt, die aber hinter der nach der Verstärkungszahl zu erwartenden wesentlich zurückblieb. Bei einigen verharrte die Nadel in Ruhe. Die meisten Beobachtungen aber, und besonders die unter den relativ günstigsten Umständen angestellten, zeigten eine Ablenkung von entgegen-

gesetzter Richtung, als die bei der Verbindung der isolirten Platte mit dem Electrometer eingetretene, sodass es nicht zweifelhaft sein kann, dass dieser Erfolg als der normale betrachtet werden muss. Ob die obere Platte während der Dauer ihrer Isolation der unteren nahe oder fern war, hatte auf den Erfolg des Versuchs keinen erheblichen Einfluss.

Zum Versuch einer Erklärung dieses abnormen Verhaltens des Condensators können wir von der oben aufgestellten Ansicht über die Entstehung der electricischen Differenz zwischen zwei mit verschiedenen Gasen bedeckten gleichartigen Metallplatten ausgehen. Dabei sollen sowohl die Platten, als die die obere bedeckende Gasschicht als unendlich dünn betrachtet und von der electricischen Erregung der Metalle durch atmosphärische Luft abgesehen werden.

Ueberlegen wir, was geschehen muss, wenn das Gas den Platten keine freie Electricität zurücklässt, sondern beim Verschwinden seine Electricitätsmenge gegen eine entgegengesetzt gleiche der Platten neutralisirt.

Es möge *a* (Taf. II Fig. 7) die obere Metallplatte, *b* die ihr anhaftende Gasschicht und *c* die untere, zur Erde abgeleitete Metallplatte darstellen. In dem Zustande des Systems, in welchem die Compensation erreicht war, d. h. die gemeinschaftliche Entfernung der Schichten *a* und *b* von *c* keine Aenderung des Potentials in *a* bewirkte, musste das Potential in *b* demjenigen in *c* gleich, also gleich Null sein. War also z. B. das Gas positiv gegen das Metall, und betrug seine Differenz gegen dasselbe $2P$, so war der Platte *a* zur Herbeiführung der Compensation das Potential $-2P$ zu ertheilen, denn alsdann nahm es in *b* den Werth Null an. Die Electricitätsvertheilung, welche dabei in *a* und *b* vorhanden war, können wir uns aus zwei electricischen Belegungen zusammengesetzt denken, von denen die eine, eine Doppelschicht, in *a* das Potential $-P$, in *b* dasjenige $+P$ erzeugt, während die zweite (einfache) Belegung beiden das Potential $-P$ gibt. Wird beim Verschwinden des Gases seine Electricität neutralisirt, so fällt die erste der beiden electricischen Belegungen fort, und es bleibt nur die zweite zurück. Diese würde der Platte *a* auch jetzt das Potential $-P$ ertheilen,

wenn nicht die zur Erde abgeleitete Platte c derselben gegenüber stände. Infolge der bindenden Wirkung der letzteren aber muss es auf den Werth $-P/k$ sinken, wenn k die Verstärkungszahl des Condensators ist. Wird die Platte in diesem Zustande mit dem auf dem Potential $-2P$ erhaltenen Quadrantenpaar I verbunden, so muss hiernach aus letzterem negative Electricität auf die Platte überströmen, die Nadel also eine Ablenkung in positiver Richtung erleiden. Entfernt man aber a von c , so wird die in a durch c gebundene Electricität wieder in das Quadrantenpaar zurückfliessen, die Nadel sich also in entgegengesetztem Sinne bewegen, wie vorher.

War das Gas negativ gegen die Metallplatte, so müssen die Ablenkungen in derselben Weise nach der entgegengesetzten Richtung erfolgen.

Eine präzise Uebereinstimmung der experimentellen Resultate mit den aus dieser Erörterung sich ergebenden konnte unter den beim Versuche obwaltenden Schwierigkeiten nicht erwartet werden. Einmal war nicht anzunehmen, dass die obere Platte anfänglich von dem Gase wirklich vollständig und gleichmässig bedeckt war. Ferner durfte die Platte nicht bis zum vollständigen Verschwinden des Gases isolirt erhalten werden, da die früher besprochene spontane Ansammlung von Electricität während der Isolation das Resultat vollständig illusorisch gemacht haben würde. Vielmehr musste die Dauer der Isolation auf wenige Minuten beschränkt werden. Endlich aber übte auch schon während dieser Zeit dieselbe Fehlerquelle einen wesentlichen Einfluss aus.

Im allgemeinen entsprach der Verlauf der Beobachtung dem der theoretischen Ueberlegung um so besser, je grösser die erzeugte Potentialdifferenz war, und je schneller ihre Abnahme vor sich ging.

Die folgende Tabelle, in der die Resultate einer Versuchsreihe¹⁾ verzeichnet sind, bei welcher eine mit Brom-

1) Diese Versuchsreihe ist, gleich der in Tabelle 2 angeführten, nachträglich nach der ersten Veröffentlichung der vorliegenden Untersuchung (als Inauguraldissertation) angestellt worden.

dämpfen bedeckte Platinplatte einer mit Luft bedeckten gegenüberstand, gibt ein anschauliches Bild von dem Verlauf der Erscheinung. Dieselbe ist folgendermassen zu verstehen.

In Columne I ist die Potentialdifferenz, welche die obere Platte gegen die untere nach sorgfältiger Reinigung beider mit Smirgelpapier anzeigte, in Theilen von $D = 1$ Daniell angegeben; in II diejenige, welche eintrat, als die obere mit Bromdampf bedeckt war. Während das Quadrantenpaar I auf dem Potential, welches der Platte b bei der zweiten Messung zur Compensation gegen die Platte a ertheilt worden war, erhalten blieb, wurde b für die Dauer von fünf Minuten isolirt, indem r mit t verbunden und p aus n entfernt wurde. Nach Ablauf dieser fünf Minuten wurde u bei genäherter Stellung der Condensatorplatten umgelegt. Die Ablenkung, welche sich dabei ergab, ist unter III in Theilen der benutzten Scala angeführt. Unmittelbar darauf wurde b von a entfernt. Die hierdurch bewirkte Ablenkung ist unter IV angegeben. Endlich enthält V die am Schlusse des Versuches noch zwischen den Platten vorhandene Potentialdifferenz.

Tabelle 1.

| I | II | III | IV | V |
|-----------|------------|------|------|------------|
| 0,000 D | -0,267 D | -1,0 | +1,0 | -0,223 D |
| +0,007 „ | -0,185 „ | -1,1 | +1,9 | -0,141 „ |
| 0,000 „ | -0,150 „ | -1,5 | +2,2 | -0,109 „ |
| -0,005 „ | -0,214 „ | -1,7 | +1,6 | -0,163 „ |

Die qualitative Uebereinstimmung dieser Resultate mit unserer theoretischen Auseinandersetzung tritt hier recht deutlich hervor und macht die Richtigkeit der Annahme, dass eine allmähliche Neutralisation der Doppelschicht stattfindet, sehr wahrscheinlich.

Es braucht nach dem Früheren kaum bemerkt zu werden, dass die unter II angegebenen Zahlen keineswegs dem vollen Werth der Grösse $\text{Br}|\text{Pt}$ entsprechen, sondern infolge der zweifellos unvollständigen Bedeckung der Platte mit Bromdampf nur Bruchtheilen derselben.

Das Electrometer gab auf der um etwa ein Meter von dem Hohlspiegel des Instrumentes entfernten Scala für 1 *D* ohne Verstärkung circa 60 Scalentheile Ablenkung.

Eine der besprochenen Erscheinung analoge muss auch dann eintreten, wenn nicht die obere, sondern die zur Erde abgeleitete untere Platte mit Gas bedeckt wird und dann ihre Potentialdifferenz gegen die isolirte obere allmählich ändert.

Denken wir uns (Taf. II Fig. 8) die Gasschicht *b* positiv gegen die Platte *c* derart, dass die Potentialdifferenz $2P$ beträgt, so muss zur Compensation auch der oberen Platte das Potential $2P$ ertheilt werden. Wird darauf die Electricität des Gases neutralisirt, sodass an der Oberfläche der unteren Platte das Potential Null herrscht, während gleichzeitig die obere isolirt bleibt, so muss auf dieser infolge des bindenden Einflusses der unteren Platte das Potential den Werth $2P/k$ annehmen, und bei ihrer Verbindung mit dem auf dem Potential $2P$ erhaltenen Quadrantenpaar *I* eine negative Ablenkung der Nadel eintreten. Bei der Entfernung der Platten strebt aber das Potential wieder dem Werthe $2P$ zu, sodass jetzt die Nadel in entgegengesetzter Richtung abweicht, wie vorher.

Zur qualitativen Bestätigung dieser Folgerungen möge die folgende Tabelle dienen, bei welcher die einzelnen Columnen genau die Bedeutung haben, wie die entsprechenden in Tabelle 1, nur dass es diesmal eben die untere Platte war, welche mit Bromdämpfen behandelt wurde.

Tabelle 2.

| I | II | III | IV | V |
|-----------------|-----------------|------|------|-----------------|
| +0,005 <i>D</i> | +0,179 <i>D</i> | +1,7 | -1,0 | +0,134 <i>D</i> |
| +0,009 " | +0,221 " | +2,7 | -2,0 | +0,154 " |
| -0,011 " | +0,221 " | +2,2 | -1,7 | +0,170 " |
| -0,011 " | +0,241 " | +2,1 | -1,6 | +0,176 " |

Es bleibt noch zu erwähnen, dass in einigen Fällen die durch die Entfernung der Platten herbeigeführte Bewegung der Nadel nicht gleichmässig fortschritt, sondern nach Erreichung eines Maximalwerthes wieder um ein Ge-

ringes zurückging; eine Erscheinung, deren Ursache noch nicht festgestellt werden konnte.

Soweit war die besprochene Untersuchung über den Contact von Metallen und Gasen gediehen, als im November 1879 eine von Hrn. Professor Franz Exner in Wien veröffentlichte Abhandlung¹⁾ erschien, in welcher ganz ähnliche Fragen wie die bisher behandelten von einem wesentlich verschiedenen Gesichtspunkt aus erörtert werden.

Herr Exner beabsichtigt, durch seine Untersuchung eine endgültige Entscheidung des langjährigen Streites der beiden Theorien der Entstehung der sogenannten Contactelectricität zu geben. Auf drei verschiedenen Wegen lässt sich seiner Ansicht nach der Beweis zu Gunsten der chemischen Theorie führen: „Erstens dadurch, dass man zeigt, dass zwei heterogene Metalle keine Electricitätsentwicklung geben, sobald sie sich in einem chemisch indifferenten Raume befinden. Zweitens kann man zeigen, dass die Potentialdifferenz, die zwei beliebige Metalle in Luft anzeigen, in directem Zusammenhange stehen mit den Verbrennungswärmen der Metalle; und drittens lässt sich zeigen, dass zwei Stücke ein und desselben Metalls durch Contact Electricität liefern, sobald die beiden Stücke sich in chemisch verschieden einwirkenden Atmosphären befinden.“

In Betreff des ersten Punktes bemerkt Herr Exner: „Dieser Nachweis ist schon von de la Rive durch sehr sorgfältige Beobachtungen geliefert worden, und ich halte es für überflüssig, einen Versuch, für den de la Rive einsteht, zu wiederholen.“

Sehen wir zu, in welcher Weise de la Rive²⁾ bei seinem Versuch verfuhr.

Ein Messingstab wurde luftdicht in das eine Ende einer Glasröhre eingeführt; das andere war mit einem metallenen Hahn versehen, während gleichzeitig eine hölzerne Klemme in das Innere der Röhre hineinragte, die aussen in einem Holzgriff endete. Die Holzklemme trug ein Stück gut ge-

1) F. Exner, Wien. Ber. p. 307. Juli 1879.

2) De la Rive, Ann. de chim. et de phys. 39. p. 297. 1828.

reinigtes Zink, welches an das innere Ende der Messingstange fest angedrückt war. Der Beobachter hielt den hölzernen Griff in der Hand und vermittelte so die Verbindung des Zinkstückes mit der Erde, resp. mit der zur Erde abgeleiteten Condensatorplatte. Alsdann wurde mit dem äusseren Ende der Messingstange die zweite Condensatorplatte berührt und die Ladung, welche sich ergab, durch die Divergenz der Streifen eines Goldblattelectroskops gemessen. Dieselbe ergab sich verschieden, je nachdem das Glasrohr luftfrei oder mit Luft oder anderen Gasen gefüllt war.

Wenngleich diese Methode ganz analog mit einer von denjenigen ist, nach welchen der Volta'sche Fundamentalversuch früher allgemein ausgeführt wurde, so leuchtet die Unvollkommenheit derselben doch sogleich ein, wenn man bedenkt, dass bei ihr eine Reihe von electromotorischen Kräften, die auf dem Verbindungswege der beiden Platten auftreten, vollständig vernachlässigt werden. So z. B. die Einwirkung der feuchten Hand des Beobachters auf den Holzgriff, die des letzteren auf das Zink u. s. w. Ja, es erhellt, dass wenn statt dieser Verbindung eine metallische zwischen dem Zink und der zur Erde abgeleiteten Condensatorplatte benutzt worden wäre, überhaupt zwischen den beiden Platten eine Potentialdifferenz nicht hätte eintreten können, so lange das Zink sich mit der Messingstange in sicherem metallischem Contact befand, einerlei ob die Röhre luftfrei oder mit einem beliebigen Gase gefüllt war. Wir können daher dem beschriebenen Versuch keine Beweiskraft beimessen.

Der zweite Theil der Beweisführung gegen die Contacttheorie wird durch folgende Ueberlegung begründet:

„Man weiss, dass im Hydroelemente ein jeder chemische Vorgang eine Potentialdifferenz erzeugt, die seinem Wärmerwerthe proportional ist; dies auf den Fall der Oxydation eines Metalles in Luft angewandt, wird man sagen müssen, dass die Potentialdifferenz zwischen dem Metalle und dem erzeugten Oxyde der Verbrennungswärme des ersteren proportional sei. Es müsste also ein jedes Metall, das sich in isolirtem Zustande an der Luft oxydirt, eine gewisse Menge

positiver und negativer Electricität geschieden enthalten; dass dieselben nach aussen unwirksam sein müssen, ergibt sich von selbst. Auch können die so geschiedenen Electricitäten eine gewisse Spannungsdifferenz nicht überschreiten, denn die beobachtete Spannung ist immer eine constante, gleichviel, ob die Oxydation noch weiter fortschreitet, oder nicht, es scheint demnach, dass die durch die fortfahrende Oxydation weiter entwickelten Electricitäten sich unter Freiwerden der entsprechenden Wärmemenge wieder neutralisiren.“

„Hat nun z. B. ein Stück Zink durch Oxydation an der Luft das Potential $+E$, die Oxydschicht, oder vielleicht die anliegende Luftschicht aber das Potential $-E$ erhalten, so dass die Potentialdifferenz gleich $2E$ ist, so ist die Grösse $2E$ gemessen durch die Verbrennungswärme des Zinkes. Verbinden wir nun das Zink mit irgend einem in Luft indifferenten Metalle, z. B. Platin, so wird ein Theil der Electricität des Zinkes jetzt auf das Platin überströmen, bis beide Metalle ein gemeinsames Potential, z. B. $+P$ angenommen haben. Die freie Spannung am Zink wird jetzt $-E + P$, die am Platin $= +P$, somit die Potentialdifferenz zwischen Zink und Platin $= -E$, also gemessen durch die halbe Verbrennungswärme des Zinkes. Wäre demnach der Wärmerwerth eines Daniell $= A$, die Verbrennungswärme des Zinkes $= B$, so müsste die Potentialdifferenz zwischen Zink und Platin in Luft gleich sein $B/(2A)$. Wird das mit dem Zinke verbundene Metall auch in Luft oxydirt, so bleibt die ganze Betrachtungsweise selbstverständlich dieselbe; immer ist die Potentialdifferenz zweier Metalle gemessen durch die halbe Differenz ihrer Verbrennungswärmen.“

Diese Darstellungsweise steht mit den am Hydroelemente gemachten Erfahrungen, auf welche sie sich stützen soll, in einer Beziehung nicht in Einklang. Denn es gilt als feststehende Thatsache und ist durch den Versuch leicht nachzuweisen, dass die Potentialdifferenz zwischen zwei sich im Hydroelemente berührenden Substanzen unabhängig ist von dem Werthe des Potentials in der einen von beiden. Wird in der einen das Potential um eine gewisse Grösse

geändert, so ändert es sich in der zweiten sogleich um ebenso viel. Consequenter Weise muss die chemische Theorie auch annehmen, dass wenn bei der Einwirkung von Luft auf Zink die Luftschicht das Potential $-E$, das Zink dasjenige $+E$ angenommen hat, und nun aus irgend einem Grunde das Zink den Potentialwerth $+P$ erhält, sofort die Luftschicht das Potential $P-2E$ annimmt. Nur dann bleibt die electrische Differenz der beiden Substanzen ungeändert. Macht man also mit Herrn Exner die Annahme, dass auf Platin der Sauerstoff der Luft nicht electrisch erregend einwirkt, und dass die metallische Berührung von Zink und Platin an und für sich keine Potentialdifferenz zwischen diesen Substanzen erzeugt, so muss die Potentialdifferenz zwischen dem Platin und der dem Zink anhaftenden Luftschicht gleich $-2E$ werden. Eine dieser Differenz entsprechende Ladung wird also ein Zink-Platin-Condensator, wenn die angeführten Voraussetzungen richtig sind, annehmen müssen. Verhält sich nun diese electromotorische Kraft zu der des Daniell'schen Elementes wie die Verbrennungswärme des Zinkes zum Wärmewerthe des Elementes, so muss sie hiernach bei der von Herrn Exner gebrauchten Bezeichnungsweise nicht durch $B/(2A)$, sondern durch B/A ausgedrückt werden.

Die experimentellen Bestimmungen, welche Herr Exner zur Bestätigung seiner Ansicht anführt, stimmen nun zwar mit den nach der Formel $B/(2A)$ berechneten Werthen vorzüglich überein.

| Es ist: | berechnet | beobachtet |
|--------------|----------------|----------------|
| ZnPt | 0,879 <i>D</i> | 0,881 <i>D</i> |
| CuPt | 0,383 | 0,367 |
| FePt | 0,701 | 0,704 |
| AgPt | 0,062 | 0,083 |

Sind aber die oben angestellten Betrachtungen richtig, so bleibt diese Uebereinstimmung vor der Hand unbegreiflich. Da ich eigene Messungen der angeführten Potentialdifferenzen bisher nicht vorgenommen habe, so kann ich mich zunächst nur auf eine Vergleichung der von Hrn. Exner angeführten Werthe mit den von anderen Forschern gefundenen beschränken.

Die Angaben der älteren Forscher beziehen sich zu-
meist auf eine Einheit, welche dadurch bestimmt ist, dass
die Differenz $\text{Zn}|\text{Cu}$ gleich 100 gesetzt wird. Reduciren
wir alle Bestimmungen auf diese Einheit und nehmen das
Volta'sche Spannungsgesetz zur Berechnung der nicht direct
gemessenen Werthe zu Hülfe, so ergibt sich folgende Zu-
sammenstellung:

| | Exner | Hankel ¹⁾ | Kohlrausch ²⁾ | Gerland ³⁾ | Clifton ⁴⁾ |
|-------------------------------|-------|----------------------|--------------------------|-----------------------|-----------------------|
| $\text{Zn} \text{Pt}$ | 171 | 123 | 123 | — | — |
| $\text{Cu} \text{Pt}$ | 71 | 23 | 23 | — | — |
| $\text{Fe} \text{Pt}$ | 137 | 39 | — | — | — |
| $\text{Ag} \text{Pt}$ | 16 | 5 | 14 | — | — |
| $\text{Zn} \text{Fe}$ | 34 | 84 | — | — | 88 |
| $\text{Zn} \text{Ag}$ | 155 | 118 | 109 | 109 | — |
| $\text{Fe} \text{Cu}$ | 66 | 16 | — | — | 12 |

Von den Beobachtungen von Kohlrausch und Ger-
land sind nur die an Metallen mit frisch gereinigten Ober-
flächen angestellten angeführt.

Wie man sieht, findet zwischen der ersten Reihe und
den übrigen, wenn man etwa von dem Werthe $\text{Ag}|\text{Pt}$ ab-
sieht, auch nicht näherungsweise Uebereinstimmung statt.

Im dritten Theil der Abhandlung des Hrn. Exner
wird zum Beweise, dass zwischen zwei Stücken desselben
Metalls eine electriche Differenz auftritt, wenn sie sich in
chemisch verschieden einwirkenden Atmosphären befinden,
folgender Versuch angeführt. ⁵⁾

Die untere der beiden massiven Silberplatten eines
horizontalen Condensators war auf das obere Ende einer
weiten verticalen Glasröhre luftdicht aufgekittet. Ein isolirt
in das Innere der Glasröhre eingeführter Platindraht be-
rührte die Platte an ihrer unteren Fläche und diente dazu,
ihren metallischen Contact mit der oberen Platte, von der
sie durch eine Paraffinschicht getrennt war, zu vermitteln.
Hr. Exner fand dann, als das Innere der Glasröhre mit

1) Hankel, Pogg. Ann. **126**. p. 286. 1865.

2) Kohlrausch, Pogg. Ann. **88**. p. 464. 1853.

3) Gerland, Pogg. Ann. **133**. p. 513. 1868.

4) Clifton, Proc. of the Roy. Soc. **26**. p. 299. 1877.

5) a. a. O. p. 321.

Chlor gefüllt wurde, eine Spannungsdifferenz der oberen Platte gegen die untere, deren Grösse vorzüglich übereinstimmt mit dem Werthe, welchen Hr. Exner in der früher erörterten Weise aus der Differenz der Verbrennungswärmen von Silber in Chlor und Silber in Luft berechnet, nämlich $-0,54 D$. Bei Entfernung des Chlors aus der Glasröhre verschwand die Potentialdifferenz.

Die Deutung, welche Hr. Exner seinem hier beschriebenen Versuch gibt, ist mit keiner Theorie der Electricität in Einklang zu bringen. Wenn die untere Platte in der That nur auf ihrer unteren Seite der Einwirkung des Chlors ausgesetzt war, und wenn sie wirklich mit der oberen durch den Platindraht in eine continuirliche metallische Verbindung gesetzt war, so konnte an den einander zugekehrten Flächen der Silberplatten keine Potentialdifferenz eintreten. Im Inneren beider Platten musste das Potential denselben Werth haben; und da die Gasschichten an den einander zugewandten, durch die Paraffinschicht getrennten Oberflächen beiderseits gleichartig waren, so fiel auch hier jeder Grund zur Erzeugung einer Potentialdifferenz fort. Für die von Hrn. Exner beobachtete Erscheinung musste daher eine andere Erklärung gesucht werden.

Zu dem Zweck wurden Versuche angestellt, um zu ermitteln, ob die Anwesenheit einer Atmosphäre von Chlor oder Brom an der Contactstelle von Platin und Silber den Werth der eintretenden Potentialdifferenz beeinflusste.

Zuerst wurde eine Bromatmosphäre angewandt. Ein Platindraht wurde mit dem Quadranten des Electrometers, ein Silberstreifen mit der Gasleitung in Verbindung gesetzt, und beide an einer Stelle in leicht federnde Berührung gebracht. Dann wurde ein leeres Glasgefäss so aufgestellt, dass die Drähte, ohne seine Wand zu berühren, mit ihrer Contactstelle in dasselbe eintauchten. Das Potential des Quadrantenpaars *I* war jetzt dasselbe, wie wenn seine Verbindung mit der Erde auf irgend einem anderen metallischen Wege hergestellt wurde. Auch bei leichter Erschütterung der Drähte trat hierin keine Aenderung ein.

Jetzt wurde eine kleine Quantität flüssigen Broms in

das Glasgefäß gebracht und die Oeffnung mit zwei Glasplatten bis auf einen schmalen Spalt, durch welchen die Drähte ohne Berührung mit dem Glase hindurchgingen, zugedeckt.

Während in den ersten Minuten die Nadel in Ruhe blieb, trat, als die Bromdämpfe die Contactstelle erreicht und (vermuthlich bei leiser Erschütterung) Gelegenheit gefunden hatten, zwischen die Metalle einzudringen, eine starke Ablenkung ein, die in kurzer Zeit ein constantes Maximum erreichte. Dass das Eindringen des Gases zwischen die Metallmassen für den Eintritt der Ablenkung durchaus nothwendig war, geht daraus hervor, weil dieselbe ausblieb, wenn durch festes Anklemmen des Drahtes an den Silberstreifen ein sicherer metallischer Contact hergestellt war.

Die Messung der Ablenkungen konnte bei der grossen Empfindlichkeit des Electrometers ohne condensatorische Vorrichtung geschehen; sie waren ohnehin schon so bedeutend, dass jede derselben eine merkliche Verschiebung des Nullpunktes zur Folge hatte, welcher sich dann erst allmählich seiner ursprünglichen Lage näherte. Um die hierdurch bedingten störenden Einflüsse zu eliminiren, wurde zwischen je zwei Ablenkungen dasselbe Intervall innegehalten, und als wirkliche Ruhelage die Mittellage der Nadel vor Beginn und nach Aufhebung einer Ablenkung betrachtet.

Damit auf eine bequeme Weise die Verbindung der Metalle mit dem Electrometer einerseits und der Gasleitung andererseits ohne Aenderung ihrer Berührungsstelle umgekehrt werden konnte, wurde der Platindraht mit dem Nöpfchen 2, der Silberstreifen mit Nöpfchen 5 einer Wippe von gleicher Einrichtung wie diejenige *B* (Taf. II Fig. 6) verbunden, während 1 zur Erde, 3 zum Electrometer geleitet war.

War das Platin mit dem Electrometer, das Silber mit der Erde verbunden, so trat eine positive Ablenkung ein, eine gleich grosse negative bei umgekehrter Verbindung.

In der folgenden Tabelle ist unter I die Ruhelage der Nadel bei directer metallischer Verbindung des Quadranten-

paares mit der Erde angegeben; unter II die Ablenkung, welche bei der Einschaltung der von Bromdampf umgebenen Contactstelle von Platin und Silber eintrat; unter III die bei der Wiederausschaltung dieser Contactstelle sich einstellende Ruhelage. In IV ist das arithmetische Mittel aus I und III angegeben, welches als die in Rechnung zu bringende mittlere Ruhelage betrachtet wird. V enthält die Differenz zwischen II und IV, und endlich ist in VI der Werth der durch V gemessenen Potentialdifferenz in Theilen eines Daniell angeführt. Die Contactstelle wurde abwechselnd in positivem oder negativem Sinne eingeschaltet.

Tabelle 3.
D = 63,5 Scalenth.

| I | II | III | IV | V | VI |
|-------|-------|-------|-------|-------|----------------------|
| 360,0 | 420,3 | 360,4 | 360,2 | +60,1 | +0,946 D |
| 360,4 | 300,4 | 359,8 | 360,1 | -59,7 | -0,940 " |
| 359,8 | 420,2 | 360,3 | 360,1 | +60,1 | +0,946 " |
| 360,3 | 300,0 | 359,7 | 360,0 | -60,0 | -0,945 " |
| 359,7 | 420,1 | 360,3 | 360,0 | +60,1 | +0,946 " |
| 360,3 | 300,2 | 359,9 | 360,1 | -59,9 | -0,943 " |
| 359,9 | 420,1 | 360,4 | 360,2 | +59,9 | +0,943 " |
| 360,4 | 300,0 | 359,8 | 360,1 | -60,1 | -0,946 " |
| 359,8 | 419,6 | 360,2 | 360,0 | +59,6 | +0,939 " |
| 360,2 | 299,7 | 359,6 | 359,9 | -60,2 | -0,948 " |
| 359,6 | 419,1 | 360,2 | 359,9 | +59,2 | +0,932 " |
| 360,2 | 300,5 | 359,8 | 360,0 | -59,5 | -0,937 " |
| 359,8 | 418,9 | 360,3 | 360,1 | +58,8 | +0,926 " |
| 360,3 | 301,3 | 359,9 | 360,1 | -58,8 | -0,926 " |
| 359,9 | 419,4 | 360,3 | 360,1 | +59,3 | +0,934 " |
| 360,3 | 300,9 | 359,8 | 360,1 | -59,2 | -0,932 " |
| | | | | | Mittel $\pm 0,939 D$ |

Bei sechs weiteren Beobachtungen wurde die Contactstelle der Metalle in flüssiges Brom eingetaucht. Dabei ergaben sich die Werthe der Potentialdifferenz:

+0,933 -0,935 +0,925 -0,925 +0,932, -0,930
im Mittel $\pm 0,930 D$.

Endlich wurden noch vier Versuche angestellt, bei denen die beiden Metalle in flüssiges Brom eingetaucht wurden, ohne in directer Berührung miteinander zu stehen. Hier wurden die Werthe erhalten:

+0,956 -0,925 +0,946 -0,942 im Mittel $\pm 0,942 D$.

Ganz analoge Resultate ergaben sich bei Anwendung von Chlor an Stelle des Brom. Auch hier war stets das Platin positiv gegen das Silber. Das Chlor entwickelte sich aus einer Mischung von Salzsäure und Braunstein, welche sich am Boden des Gefässes befand, innerhalb dessen die Metalle einander berührten. Bei 14 Versuchen wurden folgende Werthe erhalten:

| | | | | | |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------------------------|
| +0,998 | -0,999 | +0,998 | -1,001 | +1,001 | |
| +0,998 | -1,001 | +1,000 | -0,998 | -0,999 | |
| +1,000 | -0,998 | +0,998 | -0,997 | | im Mittel $\pm 0,999 D.$ |

Bei einer letzten Versuchsreihe wurde die Entwicklung aus einer erwärmten Lösung von doppeltchromsaurem Kali in Salzsäure angewandt. Der Gasstrom wurde durch eine Schwefelsäureflasche in das die Drähte umgebende Gefäss geleitet. Hier ergaben acht Versuche die Werthe:

| | | | | |
|--------|--------|--------|--------|--------------------------|
| +1,008 | -1,009 | +1,012 | -1,005 | |
| +1,000 | -0,996 | +1,011 | -1,012 | im Mittel $\pm 1,007 D.$ |

Wird die Potentialdifferenz, welche zwischen Platin und Silber bei ihrer Berührung in Chlor entsteht, mit Pt (Cl) Ag bezeichnet, so ist die bei der Verbindung des Platins mit dem Electrometer, des Silbers mit der Erde beobachtete Potentialdifferenz gleich:

$$Ag|Pt + Pt(Cl) Ag,$$

denn wenn in der Gasleitung das Potential V herrscht, und zwischen dieser und dem kupfernen Quadranten des Electrometers die Differenz $G|Cu$ besteht, so ist bei directer metallischer Ableitung des Quadranten in diesem das Potential:

$$Cu|G + V$$

vorhanden. Wird darauf in die Leitung die Berührungsstelle von Platin und Silber in der angegebenen Weise eingeschaltet, sodass das Platin dem Quadranten am nächsten ist, so wird das Potential des letzteren:

$$Cu|Pt + Pt(Cl) Ag + Ag|G + V.$$

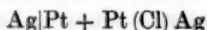
Dasselbe ist also geändert um:

$$Cu|Pt + Pt(Cl) Ag + Ag|G - Cu|G = Ag|Pt + Pt(Cl) Ag,$$

eine nach den obigen Angaben positive Grösse.

Die Erwartung, aus den mitgetheilten Versuchen eine Erklärung für das Resultat des von Hrn. Exner ausge-

fürhten Experimentes ableiten zu können, erfüllte sich nicht. Wäre die Potentialdifferenz, welche Hr. Exner zwischen den beiden Silberplatten bemerkte, durch die Einwirkung des Chlors auf die Contactstelle von Platin und Silber hervorgebracht worden, so hätte die obere Platte positiv gegen die untere erscheinen müssen, da ihre Differenz gegen dieselbe gleich:



gewesen wäre. Hr. Exner fand dieselbe aber negativ.

Eine weitere Möglichkeit der Erklärung, darin bestehend, dass das Chlor auch auf die obere Seite der unteren Platte gelangt sei und ähnlich wie bei den früher besprochenen Versuchen eine electriche Differenz erzeugt habe, schliesst Hr. Exner durch die Angabe, dass die untere Silberplatte die Glasröhre, auf welcher sie ruhte, luftdicht verschlossen habe, aus. Es fehlt daher einstweilen noch an einem Anhaltspunkte für eine stichhaltige Erklärung des Versuches.

Anders hingegen verhält es sich mit einem zweiten Versuch, welchen Hr. Exner folgendermassen beschreibt:

„Die Verschlussplatte der Glasröhre wurde abgenommen, vollkommen gereinigt, neu polirt und wieder aufgesetzt; die beiden Platten gaben nun wieder keine Spur einer Potentialdifferenz. Nun wurde die Verschlussplatte mit Luft in Berührung gelassen, dagegen die abhebbare Silberplatte auf kurze Dauer in einen Chlorstrom gehalten und sofort untersucht. Es ergab sich der Werth 0,54 D.“

Hier waren die Bedingungen für den Eintritt einer Potentialdifferenz erfüllt, da jetzt die an den Innenflächen des Condensators vorhandenen Gasschichten verschiedene electriche Differenzen gegen die auf gleichem Potential befindlichen Silberplatten annehmen konnten. Bei einer Wiederholung dieses Versuches zeigte sich ganz wie bei Hr. Exner die mit Chlor bedeckte Platte positiv gegen die mit Luft bedeckte, doch fiel die Differenz kleiner aus.

Dass auch hier, wenn die zwischen einem Metall und einem Gase bestehende Potentialdifferenz für die verschiedenen Metalle deren Verbrennungswärmen proportional wäre,

der Werth der electricischen Differenz doppelt so gross sein müsste, als der von Hrn. Exner ermittelte, zeigt eine der früheren ganz analoge Betrachtung.

Es bleibt nun noch ein letzter Punkt der Abhandlung des Hrn. Exner zu erörtern. Hr. Exner fand nämlich bei seinen Versuchen keine Potentialdifferenz zwischen einer blanken und einer durch Chlor geschwärzten Silberplatte, eine Thatsache, die nach seiner Ansicht zwar wohl mit der chemischen, nicht aber mit der Contacttheorie in Uebereinstimmung sei.

Wenn aber das Resultat dieses Versuches für die Contacttheorie schwierig zu erklären ist, so ist es doch auch nach der chemischen, wie eine kurze Ueberlegung zeigen wird, nicht vollständig klar. Letztere müsste nämlich annehmen, dass der Sauerstoff der Luft auf die an der Innenfläche der einen Platte vorhandene Chlorsilberschicht genau ebenso electricisch einwirkte, wie auf die blanke Silberfläche der anderen Platte, denn diese beiden Flächen sind es, welche den Werth der eintretenden Potentialdifferenz bestimmen. Eine solche Annahme ist aber ebenso unwahrscheinlich wie die, dass bei Berührung von Silber und Chlorsilber keine electricische Differenz entstehe. Wollte man andererseits voraussetzen, dass der Sauerstoff der Luft durch die Chlorsilberschicht hindurchdränge und so direct das Silber angriffe, so wäre nicht zu verstehen, warum dieselbe Voraussetzung nicht auch auf den Fall der Berührung einer blanken und einer oxydirten Kupferplatte Anwendung finden sollte; das heisst, es wäre auch dort anzunehmen, dass der Sauerstoff die Oxydschicht durchdränge und auf beide Platten gleichmässig einwirkte, sodass keine Potentialdifferenz zwischen denselben möglich wäre. Bekanntlich besteht aber, wie auch Herr Exner bemerkt, in diesem Falle eine beträchtliche Potentialdifferenz.

Bei den wesentlichen Schwierigkeiten, welche hiernach die Erklärung des Versuches beiden Theorien darbietet, erschien eine Wiederholung desselben wünschenswerth. Das Resultat, welches sich dabei ergab, war mit demjenigen des Hrn. Exner nicht in Uebereinstimmung.

Von den beiden Silberplatten, welche benutzt wurden, war beim Beginn des Versuchs die obere positiv gegen die untere um $0,002 D$. Die erstere wurde nun 5 Minuten lang unter eine mit Chlor gefüllte Glocke gebracht und nahm sogleich einen schwärzlichen Ueberzug von Chlorsilber an. Nachdem sie dann 24 Stunden lang von der zweiten getrennt in atmosphärischer Luft aufbewahrt worden war, ergab sich ihre Differenz gegen diese gleich $+0,179 D$. Dieselbe sank, als die Chlorsilberschicht durch Abreiben mit Smirgelpapier entfernt wurde, auf $-0,005 D$.

Bei einem zweiten Versuch wurde die Silberplatte eine halbe Stunde lang in Chlor gelassen und dann zwei Tage lang in Luft aufbewahrt. Die Differenz gegen die zweite Platte war alsdann gleich $+0,121 D$ und nahm nach Entfernung der Chlorsilberschicht auf $-0,011 D$ ab.

Ob und inwieweit die von Hrn. Exner erzielten Resultate durch die Paraffinschicht seines Condensators modificirt wurden, lässt sich nicht ohne weiteres übersehen, doch wäre ein Einfluss derselben wohl denkbar.

Auf Grund der bisherigen Mittheilungen erscheint wohl das Urtheil, dass die Frage nach der grösseren Berechtigung der einen oder der anderen Theorie über den Ursprung der Contactelectricität noch als offen betrachtet werden darf, gerechtfertigt. Auch die von Hrn. Brown¹⁾ mitgetheilten Thatsachen, auf welche ich durch die Abhandlung des Hrn. Exner aufmerksam wurde, finden in beiden Theorien gleichmässig ihre Erklärung, wenn man die oben ausgesprochene Hypothese von der Electricitätserregung beim Contact von Metallen und Gasen zu Hülfe nimmt. Aus dieser folgt unmittelbar, dass die Potentialdifferenz zwischen den Oberflächen zweier heterogener Metalle sich ändern muss, wenn die electriche Einwirkung der sie umgebenden Gase eine andere wird. Dies ist aber eben das wesentliche Resultat der von Hrn. Brown ausgeführten Untersuchung.

Berlin, Juni 1880.

1) Brown, Phil. Mag. Ser. 5. 6 u. 7.

VIII. *Bemerkungen über Hrn. Prof. F. Exner's Abhandlung: „Zur Theorie des Volta'schen Fundamentalversuches“¹⁾; von F. Schulze-Berge.*

Die in der Ueberschrift genannte Abhandlung des Hrn. Exner bildet eine Fortsetzung seiner früheren Arbeit: „Ueber die Ursache der Electricitätserregung beim Contact heterogener Metalle“.²⁾ Wenn die letztere, wie ich zu zeigen versucht habe³⁾, auf fehlerhaften Voraussetzungen beruht und den angestrebten Beweis der Unrichtigkeit der Contacttheorie nicht zu erbringen vermag, so ist das in besonderem Maasse auch mit dieser neueren Abhandlung der Fall.

Hr. Exner ist der Ansicht (Versuch I), dass, wenn man die Aluminiumnadel eines Electrometers und eine isolirt aufgestellte Kupferplatte beide zur Erde ableitet, alsdann diese Verbindung aufhebt und eine andere metallische Leitung zwischen den beiden Metallen herstellt, nach der Contacttheorie eine Aenderung des Potentials der Nadel und damit eine Ablenkung der letzteren zu erwarten sei. In Wirklichkeit jedoch muss nach dieser Theorie, wenn der Werth des Potentials in der Erdleitung E, wie dies gewöhnlich geschieht, gleich Null gesetzt wird (wobei dieser Nullpunkt natürlich als ein willkürlicher zu betrachten ist), in der Nadel das Potential gleich $Al|E$, in der Platte gleich $Cu|E$ und die Differenz zwischen beiden gleich $Al|Cu$ werden, wenn beide nach E abgeleitet sind. Dies ist aber dieselbe Potentialdifferenz, welche bei Einführung einer beliebigen metallischen Verbindung zwischen den Metallen bestehen muss. Das Resultat des Versuches, das Verharren der Nadel in ihrer Ruhelage, bildet also keinen Beweis gegen die Contacttheorie; ebenso wenig wie die Thatsache (Versuch III), dass eine Zinkplatte ihr Potential nicht ändert, wenn sie einmal durch eine Kupferplatte, das andere mal auf einem anderen metallischen Wege mit der Erdleitung verbunden wird.

Es ist ferner klar, dass die Ablenkung, welche eine zur

1) F. Exner, Wien. Ber. 81. p. 1220. 1880.

2) F. Exner, Wien. Ber. 80. p. 307. 1879.

3) Schulze-Berge, Wied. Ann. 13. p. 293. 1881.

Erde abgeleitete Electrometernadel anzeigt, wenn in ihre Ableitung eine electromotorische Kraft eingeschaltet wird, nur der durch diese Einschaltung bewirkten Aenderung ihres Potentials entspricht, nicht aber dem Gesamtwerthe des letzteren. Ist also das Potential der Aluminiumnadel bei directer Ableitung zur Erde gleich $Al|E$, und wird ein Daniell'sches Element eingeschaltet, den Zinkpol zur Erde gerichtet, so entspricht die Ablenkung der Differenz: $Al|Cu + Cu|F + F|Zn + Zn|E - Al|E = Zn|Cu + Cu|F + F|Zn$, und nicht, wie Hr. Exner annimmt, (Versuch II) dem Werthe:

$$E|Zn + Zn|F + F|Cu + Cu|Al.$$

Die Folgerungen, welche Hr. Exner auf diese Rechnungsweise stützt, sind demnach hinfällig.

Da auch die übrigen Versuche des Hrn. Exner der Contacttheorie keinerlei Schwierigkeiten bieten, und der Fehler, welcher in seiner Berechnung der Potentialdifferenzen der Metalle aus ihren Verbrennungswärmen enthalten, schon an dem oben angeführten Orte besprochen ist, so brauchen wir auf diese Punkte nicht näher einzugehen.

Wie weit der Umstand, dass Hr. Exner zwischen der eisernen Gas- und der bleiernen Wasserleitung seines Arbeitsraumes keine merkliche Potentialdifferenz fand, auf eine Polarisation der Röhren oder anderweitige Ursachen zurückzuführen ist, wird ohne weiteres nicht zu entscheiden sein. In einem Zimmer des hiesigen physikalischen Instituts fand ich dieselbe durch galvanometrische Messung gleich circa 0,000 25 *D*, eine Grösse, die Hrn. Exner bei seiner Messung hätte entgehen müssen.

Es kann ferner bei der geringen Grösse der thermoelectromotorischen Kräfte nicht überraschen, wenn Hr. Exner die durch Erwärmung einer Contactstelle $Cu|Pt$ auf 150° eintretende Potentialdifferenz durch seinen Apparat nicht nachzuweisen vermochte. Die bestehenden Anschauungen über thermoelectrische Erregung werden daher durch diesen Versuch nicht berührt.

Berlin, den 11. Januar 1881.